

# DLR-IB-FT-BS-2019-39

Implementierung und Verifikation  
eines nichtlinearen Modells der Allison  
250-C20B Wellenleistungsgasturbine

Interner Bericht

Autor: Sven Schmidt



DLR

Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt



Masterarbeit  
**DLR-IB-FT-BS-2019-39**

**Implementierung und Verifikation eines  
nichtlinearen Modells der Allison 250-C20B  
Wellenleistungsgasturbine**

B. Eng. Sven Schmidt  
Institut für Flugsystemtechnik  
Braunschweig

74 Seiten  
29 Abbildungen  
7 Tabellen  
27 Referenzen

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.  
in der Helmholtz-Gemeinschaft  
Institut für Flugsystemtechnik  
Lilienthalplatz 7, D-38108 Braunschweig

Zugänglichkeitsstufe I: intern und extern unbeschränkt zugänglich  
availability/distribution: internally and externally unlimited

Braunschweig, 4. Februar 2019

Unterschriften:

Institutsdirektor: Prof. Dr.-Ing. Stefan Levedag

\_\_\_\_\_

Abteilungsleiter: Dr.-Ing. Christoph Keßler

\_\_\_\_\_

Betreuer: M. Sc. Felix Weiß

\_\_\_\_\_

Verfasser: B. Eng. Sven Schmidt

\_\_\_\_\_





# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Die Stellen der Masterarbeit, die anderen Quellen im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen wurden, sind durch Angaben der Herkunft kenntlich gemacht. Dies gilt auch für Zeichnungen, Skizzen, bildliche Darstellungen sowie für Quellen aus dem Internet [24].

Braunschweig, 4. Februar 2019

---

Unterschrift



# Danksagung

Mit diesen Zeilen bedanke ich mich bei allen, die mich im Verlauf dieser Masterarbeit begleitet und unterstützt haben.

Dazu gehören insbesondere die Kollegen der Abteilung Hubschrauber am Institut für Flugsystemtechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt. Bei ihnen konnte ich jederzeit auf tiefgründiges Wissen zurückgreifen.

Aus der Abteilung möchte ich meinem Betreuer, Herrn M. Sc. Felix Weiß, besonderen Dank aussprechen, da er mir das Vertrauen entgegenbrachte, diese Arbeit im Rahmen seiner Promotion anzufertigen. Er fand immer Zeit, um mich kompetent bei Fragen, Problemen und der Korrektur mit Rat und Tat zu unterstützen.

Außerdem gebührt mein Dank den Herren Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Kuznietsov und Prof. Dr.-Ing. Sergej Kovalev, die die Betreuung der Arbeit an der Technischen Hochschule Mittelhessen bereitwillig übernommen haben.

Ebenso danke ich meiner Familie, die mir bei der Arbeit immer zu Anregungen verhalf und mich stets zum Erreichen meiner Ziele unterstützt.

Abschließend bedanke ich mich für die emotionale Unterstützung bei meinen Freunden in der Heimat sowie den Freunden, die ich in Braunschweig gefunden habe.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xiv</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1 Grundlagen der Drehflügeltechnik . . . . .	4
2.2 Das Triebwerk Allison 250-C20B . . . . .	6
2.2.1 Aufbau . . . . .	6
2.2.2 Prozess . . . . .	7
2.2.3 Aufbau des Triebwerksreglers . . . . .	9
2.3 Erstellen quasi-nichtlinearer Bereichsmodelle . . . . .	11
2.4 Identifikation von Reglerparametern . . . . .	16
2.4.1 Einstellregeln . . . . .	16
2.4.2 Optimierungsverfahren . . . . .	17
<b>3 Ziele der Modellbildung</b>	<b>20</b>
<b>4 Modellierung des Triebwerks</b>	<b>22</b>
4.1 Identifiziertes Arbeitspunktmodell des Triebwerks . . . . .	22
4.2 Schnittstellenmodifikation des Arbeitspunktmodells . . . . .	25
4.3 Erstellen des quasi-nichtlinearen Bereichsmodells . . . . .	30
4.4 Verifikation des quasi-nichtlinearen Modellverhaltens . . . . .	34
4.4.1 Verifikation des stationären Modellverhaltens . . . . .	34
4.4.2 Verifikation des transienten Modellverhaltens . . . . .	36
<b>5 Reglermodellierung</b>	<b>41</b>
5.1 Reglerbestandteile . . . . .	41
5.2 Schätzen der Startwerte . . . . .	42
5.3 Identifikation der Reglerparameter durch Optimierungsverfahren . . . . .	44
5.3.1 Modellierung eines Lastmodells anhand von Flugversuchsdaten . . . . .	44
5.3.2 Formulierung des Optimierungsproblems . . . . .	46
5.3.3 Bewertung des Optimierungsergebnisses . . . . .	47

<b>6</b>	<b>Implementierung des Modells in SIMULINK</b>	<b>50</b>
6.1	Implementierung des geregelten Bereichsmodells . . . . .	50
6.1.1	Implementierung des Bereichsmodells . . . . .	50
6.1.2	Implementierung des Reglers . . . . .	51
6.1.3	Das geregelte Bereichsmodell in SIMULINK . . . . .	52
6.2	Verwendete Simulationsumgebungen . . . . .	53
6.2.1	Triebwerksverhalten . . . . .	53
6.2.2	Erweiterung mit einem Lastmodell . . . . .	54
6.2.3	Kopplung mit SIMPACK zur Validierung des Modells . . . . .	55
<b>7</b>	<b>Validierung des geregelten Triebwerks anhand von Flugversuchsdaten</b>	<b>59</b>
7.1	Konfiguration der gekoppelten Simulation . . . . .	59
7.2	Beurteilung der Modellgüte . . . . .	60
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>66</b>
<b>A</b>	<b>Technische Daten der Bo 105</b>	<b>69</b>
<b>B</b>	<b>Originale Reglerstruktur</b>	<b>70</b>
<b>C</b>	<b>Anhang zur Validierung</b>	<b>71</b>
<b>D</b>	<b>Anhang Daten-CD</b>	<b>72</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>73</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Bo 105 als ATTHes Forschungshubschrauber des DLR [5] . . . . .	2
2.1	Vergleich Blattanschluss mit Gelenk (links) und ohne Gelenk (rechts) [22] . .	4
2.2	Funktion der Taumelscheibe [3] . . . . .	6
2.3	Schnittbild einer Allison 250-C20 Gasturbine [18] (modifiziert) . . . . .	7
2.4	Realer Arbeitsprozess einer Wellenleistungsgasturbine [18] (modifiziert) . . .	8
2.5	Schnittbild der Triebwerksregler [14] (modifiziert) . . . . .	10
2.6	Kenngößen der Sprungantwort (links) und Einstellregeln (rechts) [1] . . . . .	17
2.7	Beispiel zur Optimierung mittels gradientenfreier (links) und gradientenbasierter (rechts) Verfahren [12] (modifiziert) . . . . .	19
4.1	Darstellung der angestrebten Systemgrenze des Bereichsmodells . . . . .	26
4.2	Verhalten des Arbeitspunktmodells vor und nach der Schnittstellenmodifikation . . . . .	29
4.3	Interpolation der Trimmgrößen und Matrixkoeffizienten . . . . .	32
4.4	Einfluss der Filterzeitkonstanten auf das dynamische Verhalten an AP 95,74 %	34
4.5	Vergleich von Bereichs- und Arbeitspunktmodell mit der stationären Triebwerkskennlinie . . . . .	35
4.6	Systemantworten infolge eines Sprungs im Brennstoffmassenstrom . . . . .	37
4.7	Systemantworten infolge eines Lastsprungs . . . . .	39
5.1	Systemantwort infolge eines Sprungs im Brennstoffmassenstrom mit Triebstrangträgheit . . . . .	43
5.2	Momentengleichgewicht und Schnittgrößen am Rotor-Triebstrang-System . .	46
5.3	Ergebnis der Identifikation von Reglerparametern . . . . .	48
6.1	Implementierung des Bereichsmodells in SIMULINK . . . . .	51
6.2	Implementierung des Triebwerksreglers in SIMULINK . . . . .	52
6.3	Implementierung des geregelten Bereichsmodells in SIMULINK . . . . .	53
6.4	Umgebung zur Simulation des Triebwerksverhaltens . . . . .	53
6.5	Umgebung zur Simulation des Triebwerksverhaltens bei Last . . . . .	54
6.6	Umgebung zur gekoppelten Simulation mit SIMPACK . . . . .	56
7.1	Ergebnis der gekoppelten Simulation von Versuch 19 . . . . .	61
7.2	Ergebnis der gekoppelten Simulation von Versuch 06 (links) und Versuch 13 (rechts) . . . . .	62
7.3	Gegenüberstellung der Abweichung (RMS) von $M_{Mast}$ und $n_{NR}$ aller Versuche	64
B.1	Originale Reglerstruktur mit unbekannten Parametern [14] . . . . .	70

C.1	Ergebnis der gekoppelten Simulation von Versuch 05 (links) und Versuch 14 (rechts) . . . . .	71
-----	--	----



# Tabellenverzeichnis

2.1	Prozessdaten an verschiedenen Arbeitspunkten nach Herstellerangaben aus [14] . . . . .	9
4.1	Ergebnis der Parameteridentifizierung von [14] nach der Eliminierung der Bremsenträgheit . . . . .	24
4.2	Derivative des modifizierten Modells . . . . .	28
5.1	Auflistung der Versuchsdaten, die für die Anregung des Kollektivsteuers verfügbar sind [4] . . . . .	45
5.2	Auflistung der Messgrößen, die für die Systemidentifikation (SysID) des Reglers relevant sind [4] . . . . .	45
5.3	Zusammenfassung Parameteridentifikation . . . . .	49
A.1	Technische Daten der Bo 105 [22, 6] . . . . .	69

# Symbolverzeichnis

## Lateinische Formelzeichen

<b>A</b>	Systemmatrix
$a, b, c$	Evaluationspunkte der Zielfunktion
<b>B</b>	Eingangsmatrix
<b>C</b>	Ausgangsmatrix
$C_{\%}$	Umrechnungsfaktor $\Omega$ zu $n_{NR}$ ( $rad/s$ zu $\%$ )
<b>D</b>	Durchgangsmatrix
<b>d</b>	Vektor der Designvariablen
$d_0$	Stellung des Kollektiv-Hebels
$d_1$	Erste Designvariable im Vektor <b>d</b>
<b>f</b>	Vektor bekannter nichtlinearer Funktionen
$f$	Funktionswert der Zielfunktion
$G_{PID}$	Übertragungsfunktion eines PID-Reglers
<b>I</b>	Einheitsmatrix
$J_G$	Massenträgheitsmoment des Getriebes
$J_{HE}$	Massenträgheitsmoment des Heckrotors
$J_{HR}$	Massenträgheitsmoment des Hochdruckrotors
$J_{NR}$	Massenträgheitsmoment des Niederdruckrotors
$J_{RE}$	Ersatzträgheitsmoment des Rotors (Annahme starre Scheibe)
$J_{TS}$	Trägheitsmoment des gesamten Triebstrangs
<b>J<sub>x</sub></b>	Instantane Matrix
$K_D$	Differentieller Verstärkungsfaktor
$K_F$	Verstärkungsfaktor der Störgrößenaufschaltung
$K_I$	Integraler Verstärkungsfaktor
$K_P$	Proportionaler Verstärkungsfaktor
$K_s$	Übertragungsfaktor
$k$	Faktor aus Exponentialansatz (Belastung durch Wirbelstrombremse)
$k_i$	Identifizierte Modellparameter mit $i = (1,2,3,4)$
$M_{an}$	Antriebsmoment des Triebwerks
$M_B$	Bremsenmoment während der Parameteridentifikation
$M_{HT}$	Drehmoment der Hochdruckturbine
$M_{HV}$	Drehmoment des Hochdruckverdichters
$M_{Last}$	Lastmoment
$M_{Mast}$	Mastmoment
$M_{NT}$	Drehmoment der Niederdruckturbine
$\dot{m}_{BR}$	Brennstoffmassenstrom

$N$	Anzahl der Datenpunkte
$n_{HR}$	Hochdruckrotordrehzahl
$n_{NR}$	Niederdruckrotordrehzahl (Zapfwelle)
$RMS$	Wurzel aus dem Mittelwert des quadratischen Fehlers
$RMS_{M,Mast}$	RMS des Mastmomentes
$RMS_{n,NR}$	RMS der Niederdruckrotordrehzahl
$RMS_{rel,Mast}$	RMS des Mastmomentes relativ zum initialen Mastmoment
$s_{HR}$	Umrechnungsfaktor für prozentuale Drehzahlangabe (Hochdruckrotor)
$s_{NR}$	Umrechnungsfaktor für prozentuale Drehzahlangabe (Niederdruckrotor)
$T$	Zeitkonstante im PT1-Glied des Reglers
$T_f$	Filterzeitkonstante
$T_g$	Ausgleichszeit
$T_u$	Verzugszeit
$t_{SIM}$	Simulationszeit
$\mathbf{u}$	Eingangsvektor
$\mathbf{u}_T$	Trimm des Eingangsvektors
$\mathbf{u}_{\xi,AP}$	Eingangsvektor am Arbeitspunkt
$\Delta \mathbf{u}_{\xi}$	Differenz aus Eingangsvektor und Trimm des Eingangsvektors
$\ddot{u}$	Übersetzungsverhältnis
$\mathbf{x}$	Zustandsvektor
$\dot{\mathbf{x}}$	Ableitung des Zustandsvektors
$x_{i,M}$	Wert eines Datenpunktes aus der Messung
$x_{i,S}$	Wert eines Datenpunktes aus der Simulation
$\mathbf{x}_T$	Trimm des Zustandsvektors
$\mathbf{x}_{\xi,AP}$	Zustandsvektor am Arbeitspunkt
$\Delta x$	Differenz aus Ausgangswert vor und nach einem Sprung
$\Delta \mathbf{x}_{\xi,f}$	Differenz aus Zustandsvektor und Trimm des Zustandsvektors
$Y_{\dot{m}_{BR}}$	Ableitung Drehmoment Niederdruckturbine nach Brennstoffmassenstrom
$Y_{nHR}$	Ableitung Drehmoment Niederdruckturbine nach Hochdruckrotordrehzahl
$Y_{nNR}$	Ableitung Drehmoment Niederdruckturbine nach Niederdruckrotordrehzahl
$\mathbf{y}$	Ausgangsvektor
$\mathbf{y}_T$	Trimm des Ausgangsvektors
$\mathbf{y}_{\xi,AP}$	Ausgangsvektor am Arbeitspunkt
$\Delta y$	Differenz aus Eingangswert vor und nach einem Sprung
$\Delta \mathbf{y}_{\xi}$	Differenz aus Ausgangsvektor und Trimm des Ausgangsvektors

## Griechische Formelzeichen

$\beta$	Schlagwinkel
$\Delta$	Differenz
$\zeta$	Schwenkwinkel
$\Theta$	Blatteinstellwinkel
$\theta_0$	Kollektiver Steuerwinkel
$\theta_c, \theta_s$	Zyklische Steuerwinkel
$\vartheta$	Torsionswinkel am Rotorblatt
$\xi$	Beschreibender Systemparameter
$\xi_{AP}$	Beschreibender Parameter am Arbeitspunkt
$\xi_f$	Beschreibender Systemparameter gefiltert
$\tau_{HR}$	Zeitkonstante Hochdruckrotor
$\tau_{NR}$	Zeitkonstante Niederdruckrotor
$\chi$	Evaluationspunkt der Zielfunktion
$\Omega$	Winkelgeschwindigkeit am Hauptrotor
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit an der Zapfwelle (Niederdruckrotor)

# Abkürzungsverzeichnis

AP	Arbeitspunkt
ATTheS	Advanced Technology Testing Helicopter System
bzw.	beziehungsweise
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
E/A	Ein- und Ausgang
FFW	Regler mit Störgrößenaufschaltung
FG	Freiheitsgrad
FVD	Flugversuchsdaten
Gl.	Gleichung
HR	Hochdruckrotor
HT	Hochdruckturbine
inkl.	inklusive
LPV	Linear parameter veränderliches Modell
NOTAR	No Tail Rotor
NR	Niederdruckrotor
NT	Niederdruckturbine
P	Proportional-Regler
PD	Proportional-Differential-Regler
PI	Proportional-Integral-Regler
PID	Proportional-Integral-Differential-Regler
PT1	Verzögerungsglied erster Ordnung
QN	quasi-nichtlinear
RMS	Fehlerquadratsumme (Wurzel aus dem Mittelwert der quadratischen Fehlersumme - Root Mean Square)
RR	Rolls-Royce
SysID	Systemidentifikation
s.	siehe
sog.	sogenannt
vgl.	vergleiche
z.B.	zum Beispiel



# 1 Einführung

Hubschrauber werden aufgrund ihrer Bauweise allgemein stark durch Vibrationen belastet. Hierfür ist hauptsächlich die Verkopplung von Kabine, Rotor, Triebstrang und Triebwerk verantwortlich. Daraus resultierende Folgen sind hohe Materialbeanspruchung bzw. überdimensionierte Bauteile und hohe Wartungskosten. Insbesondere bei Rettungshubschraubern spielt zudem der verringerte Flugkomfort eine Rolle. Die Reduktion der Schwingungen am Hubschrauber ist demnach bei Herstellern und Kunden von hoher Priorität [19].

Schwingungsreduzierende Maßnahmen müssen genau auf die Konstruktion abgestimmt werden. Infolgedessen kann eine Schwingungsreduktion aktuell erst stattfinden, wenn bereits ein Prototyp des Hubschraubers zur Verfügung steht. Die dann nachträglich eingebrachten Maßnahmen erhöhen nicht nur weiter das Gewicht (zusätzlich zu überdimensionierten Bauteilen), sondern auch die Kosten des Fluggeräts. Um dennoch minimale Schwingungen ohne technische und wirtschaftliche Nachteile zu erzielen, ist die Schwingungsreduktion innerhalb der Konstruktionsphase erforderlich. Das kann jedoch nur schwer realisiert werden, da ein Teil der dynamischen Effekte nicht exakt durch eine Simulation abgebildet wird. Eine korrekte Vorhersage der Rotorblattlasten würde bereits dynamische Analysen während der Konstruktion ermöglichen und zur Schwingungsreduktion in frühen Entwicklungsphasen beitragen [19].

Mehrere Studien zeigen, dass insbesondere simulierte Blattlasten in der Rotorebene (sog. Schwenklasten) unzureichend mit den Messungen aus Flugversuchen korrelieren [26]. Werden die Messdaten aus Windkanal- und Flugversuchen gegenübergestellt, wird ebenfalls eine unzureichende Korrelation der Schwenklasten beobachtet [25, 7]. Eine eindeutige Erklärung für die Unterschiede der Blattlasten in der Rotorebene existiert aktuell nicht. Windkanalversuche sowie Simulationen der Hubschrauberrotoren haben jedoch gemeinsam, dass sich die Eigenschaften des Triebstrangs und des Antriebs von dem realen Hubschrauber unterscheiden. Beispielsweise ist bei Windkanalversuchen ein elektrischer Antrieb des Rotors wie in [25] üblich. Eine Rotorsimulation ist oft auf ein Rotormodell bzw. in neueren Studien zu Einflüssen auf die Schwenklast [19, 15] auf ein Rotor-Triebstrang-Modell begrenzt. Das Modell wird dabei mit konstanter Winkelgeschwindigkeit angetrieben. Solche Vereinfachungen können sowohl bei Windkanalversuchen als auch bei Simulationen zu Unterschieden gegenüber Flugversuchen führen. Allein die Berücksichtigung des Triebstrangs konnte die Vorhersage der Schwenklasten in den genannten Studien nicht verbessern. Der Einfluss einer geänderten Antriebscharakteristik ist mit den verwendeten Modellen jedoch nicht ausgeschlossen.

Zusammenhänge zwischen Antrieben und Blattlasten sind zurzeit wenig erforscht, weshalb das Institut für Flugsystemtechnik des DLR Studien an einem vollständigen Rotor-Triebstrang-Modell des Hubschraubers Bo 105 beabsichtigt. Einflüsse des Triebstrangs auf die Eigenmoden des Rotors wurden bereits durch [23] untersucht. Das Rotor-Triebstrang-Modell dieser

Untersuchungen beinhaltet jedoch noch kein Modell der Triebwerke. Für die Vervollständigung des Gesamtmodells ist demzufolge die Modellierung der Bo 105 Triebwerke notwendig.

Der Hubschrauber Bo 105 ist eine Entwicklung der Bölkow Entwicklungen KG, die 1968 mit der Messerschmitt AG und 1969 mit der Flugzeugbauabteilung Blohm und Voss fusioniert. Ihren Erstflug absolviert die Bo 105 im Jahr 1967 und geht daraufhin in die Serienproduktion. Nach einer weiteren Fusion wird der Hubschrauber ab 1992 von Eurocopter vertrieben. Die Bo 105 gilt als erster Hubschrauber, der serienmäßig über gelenklose Rotorblattanschlüsse und in dieser Gewichtsklasse über zwei Gasturbinen verfügt [22]. Die Bo 105 kommt durch ihre Flugeigenschaften in vielen Anwendungsbereichen zum Einsatz und ist daher weit verbreitet. Weiterhin ist sie als einziger Hubschrauber vollständig zum Kunstflug zugelassen. Eine Änderung von EU-Richtlinien untersagt den Einsatz der Bo 105 für gewerbliche Zwecke ab 2009, weshalb die Produktion seit etwa 2004 eingestellt ist [22].

Als Forschungsobjekt ist die Bo 105 jedoch weiterhin von Interesse, da durch ihre lange Historie und die weite Verbreitung viele technische Details vorliegen. Eine Zusammenfassung der Spezifikationen ist Tabelle A.1 zu entnehmen. In den 90er Jahren hat unter anderem das DLR umfassende Flugversuche zur Bildung eines Simulationsmodells der Bo 105 vorgenommen. Ein Teil dieser aufgezeichneten Flugversuchsdaten (FVD) steht der Modellbildung des Triebwerks zur Verfügung. Abbildung 1.1 zeigt die Bo 105 des DLR als Forschungshubschrauber ATTHes (Advanced Technology Testing Helicopter System), der bei den Versuchen zum Einsatz kam.



**Abbildung 1.1:** Bo 105 als ATTHes Forschungshubschrauber des DLR [5]

Für den Antrieb des ATTHes kommen zwei Wellenleistungsgasturbinen des Typs Allison 250-C20B zum Einsatz. Die Entwicklung des Triebwerks beginnt als Auftrag des amerikanischen Militärs bei der Allison Engine Company, die damals zu General Motors gehört. Das Triebwerk sollte 1965 unter der Bezeichnung T63 für leichte Hubschrauber eingesetzt werden. Nach der Zulassung für die zivile Luftfahrt um 1967 erfreut sich das Triebwerk großer Beliebtheit und



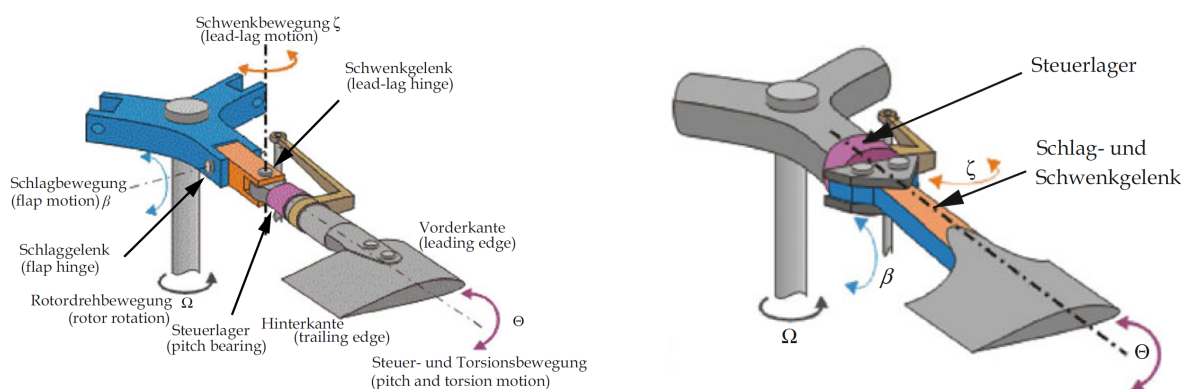
treibt seitdem viele verschiedene Fluggeräte an. Mit dem Verkauf der Allison Engine Company an Rolls-Royce um 1995 ändert sich auch der Name des Triebwerks zu Rolls-Royce M250. Unter verschiedenen Modifikationen haben bis heute mehr als 31 000 Gasturbinen die Produktion verlassen. Darunter befinden sich auch Turboprop-Varianten für Flächenflugzeuge [18]. Eine ausführliche Betrachtung des Triebwerks erfolgt in Abschnitt 2.2.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Grundlagen der Drehflügeltechnik

Im Unterschied zu Flächenflugzeugen besteht bei Hubschraubern keine Trennung von Auf- und Vortrieb erzeugenden Elementen. Zu diesen Elementen zählen bei den meisten Hubschraubern der Haupt- und Heckrotor,<sup>1</sup> die obendrein die Steuerung des Hubschraubers übernehmen. Der Heckrotor dient dabei weniger zum Vortrieb als vielmehr zum Ausgleich des Reaktionsmomentes, das von dem Hauptrotor ausgeht. Weiterhin kommt der Heckrotor zur Steuerung der Gierbewegung zum Einsatz, die eine Drehung um die Hochachse des Hubschraubers darstellt. Mithilfe der Fußpedale kann der Pilot, ähnlich wie bei dem Hauptrotor, die Heckrotorblätter einstellen und so den Schub regulieren [22].

Vom Hauptrotor geht die Erzeugung von Auf- und Vortrieb sowie die Steuerung der weiteren Bewegungsformen aus. Dazu gehört die Nickbewegung um die Querachse und die Rollbewegung um die Längsachse des Hubschraubers. Die Umsetzung all dieser Funktionen wird über die Einstellung der Rotorblätter erreicht. Relativ zur Rotornabe können die Freiheitsgrade des Rotorblattes in Schlag-, Schwenk- und Torsionsbewegungen gegliedert werden. Abbildung 2.1 veranschaulicht die auftretenden Bewegungen und wie diese technisch am Blattanschluss zur Rotornabe ermöglicht werden.



**Abbildung 2.1:** Vergleich Blattanschluss mit Gelenk (links) und ohne Gelenk (rechts) [22]

<sup>1</sup>Eine Alternative zum Heckrotor ist das von Hughes serienmäßig verwendete NOTAR-System (No Tail Rotor). Das System erzeugt den Schub durch einen gerichteten Gasstrom am Heck des Hubschraubers, wobei der Gasstrom aus einer Mischung von Triebwerksabgasen und Luft besteht [22].

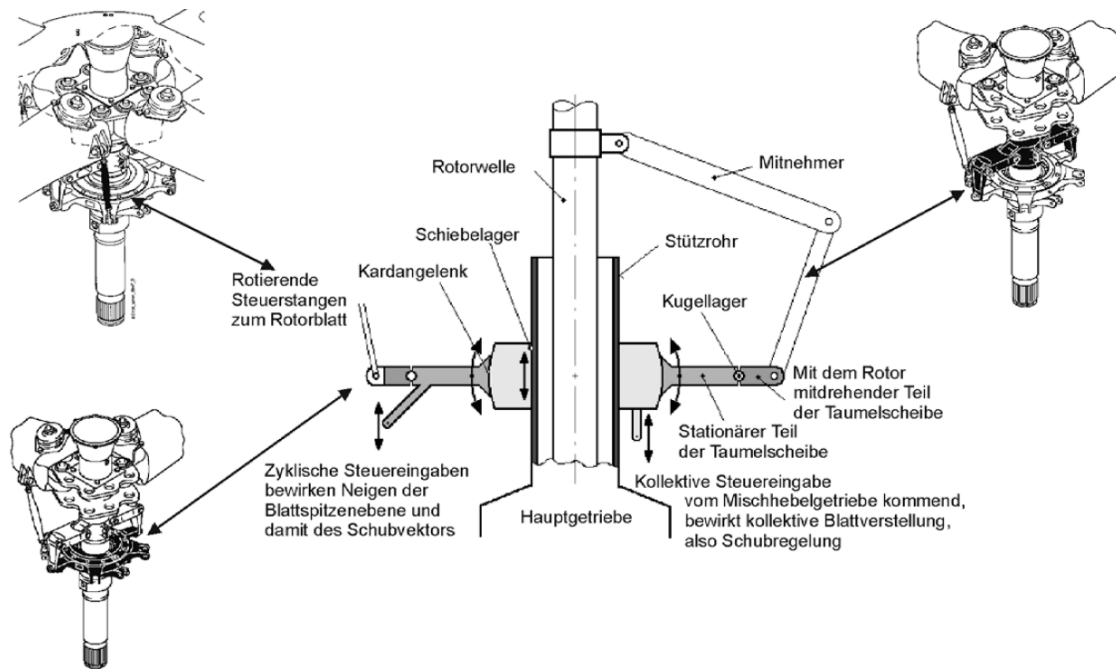
Auf der linken Seite der Abbildung ist der voll gelenkige Blattanschluss zu erkennen, bei dem Gelenke die Bewegungen in Richtung der drei Drehfreiheitsgrade ermöglichen. Dabei werden große Winkel der Schlag- und Schwenkbewegung unter anderem durch die Fliehkräfte am drehenden Rotor verhindert. Die rechte Seite in Abbildung 2.1 stellt den gelenklosen Blattanschluss dar. Schlag- und Schwenkbewegung werden dabei durch einen elastischen Teil des Blatthalses realisiert. Zur einfachen Vorgabe des Blatteinstellwinkels wird lediglich die Torsionsbewegung über eine Lagerung ermöglicht. Zu den Vorteilen eines gelenklosen Blattanschlusses gehört das direktere Ansprechverhalten des Hubschraubers, da über die Einspannung auch Biegemomente auf die Rotornabe übertragen werden. Weiterhin entfällt der Aufwand zur Wartung der Gelenke und ihrer Schmierung im Betrieb. Nachteilig ist die hohe Belastung der Blatthälse, weshalb diese Art des Blattanschlusses erst durch den Einsatz von Faserverbundmaterialien möglich ist [22, 3].

Die Schlagbewegung  $\beta$  stellt eine Rotation des Blattes um die Achse des Schlaggelenks dar, die normal zur Drehung des Hauptrotors steht. Das Schlagen gegenüberliegender Rotorblätter in die jeweils entgegengesetzte Richtung führt zu der Neigung der Blattspitzenkreisebene, wodurch die Richtung des Schubvektors geändert werden kann. Dieses gezielte Ausnutzen der Schlagbewegung dient zur Steuerung des Hubschraubers. Alle Elemente, die im Zusammenhang mit der Schlagbewegung stehen, sind in der Abbildung blau gefärbt.

Als zweite Bewegungsart tritt die Schwenkbewegung  $\zeta$  primär infolge der Corioliskräfte auf, die durch das Schlagen des Blattes wirken. Eine Änderung des Schlagwinkels bedeutet gleichzeitig die radiale Verlagerung von Masse innerhalb des drehenden Systems. Die Folge sind Kräfte in bzw. gegen die Richtung der Rotordrehung, weshalb das Rotorblatt entsprechend vor- oder nachleilt. Der Einsatz eines Schwenkgelenks entlastet den Blatthals von den auftretenden Biegemomenten, sodass die Verwendung kostengünstiger Materialien möglich ist. Die Schwenkbewegung wirkt sich insbesondere auf den Triebstrang und den Antrieb aus und regt das gesamte System Hubschrauber zu Schwingungen an. In Abbildung 2.1 ist die Schwenkbewegung durch die orangenen Pfeile angedeutet.

In der Abbildung sind zudem Komponenten der letzten Bewegungsart lila gefärbt. Bei dieser Bewegung muss zwischen zwei Einflüssen unterschieden werden, die sich überlagern. Zum einen erfolgt die Steuerung des Blatteinstellwinkels  $\Theta$ , die das Rotorblatt um seine Längsachse dreht. Zum anderen wird das elastische Rotorblatt durch aerodynamische Kräfte und Momente um den Winkel  $\vartheta$  tordiert. Aufgrund der Torsion wird der Anstellwinkel des Blatts – gegenüber der anströmenden Luft – entlang der Blattlänge kontinuierlich verändert. So kommt es zu Unterschieden zwischen dem tatsächlichen Anstellwinkel des Rotorblatts und dem Blatteinstellwinkel, der durch den Piloten vorgegeben wird.

Um den Blatteinstellwinkel verändern zu können, werden die zyklischen ( $\theta_s$ ,  $\theta_c$ ) und kollektiven ( $\theta_0$ ) Steuereingaben des Piloten von der Taumelscheibe in das drehende Rotorsystem übersetzt. Die Funktionsweise einer Taumelscheibe wird in Abbildung 2.2 veranschaulicht. Grundsätzlich besteht eine Taumelscheibe aus einem stationären sowie einem rotierenden Teil. Der rotierende Teil wird von einem Mitnehmer auf der Rotordrehzahl gehalten und ist durch ein Kugellager vom stationären Teil abgegrenzt. Des Weiteren nimmt der rotierende Teil die Steuerstangen zur Veränderung des Blatteinstellwinkels auf. Am stationären Teil gehen die Steuereingaben des Piloten ein, aufgrund derer sich die Taumelscheibe neigt oder parallel zur Rotorachse verschiebt. Eine Mischung der beiden Bewegungsarten ist ebenfalls möglich,



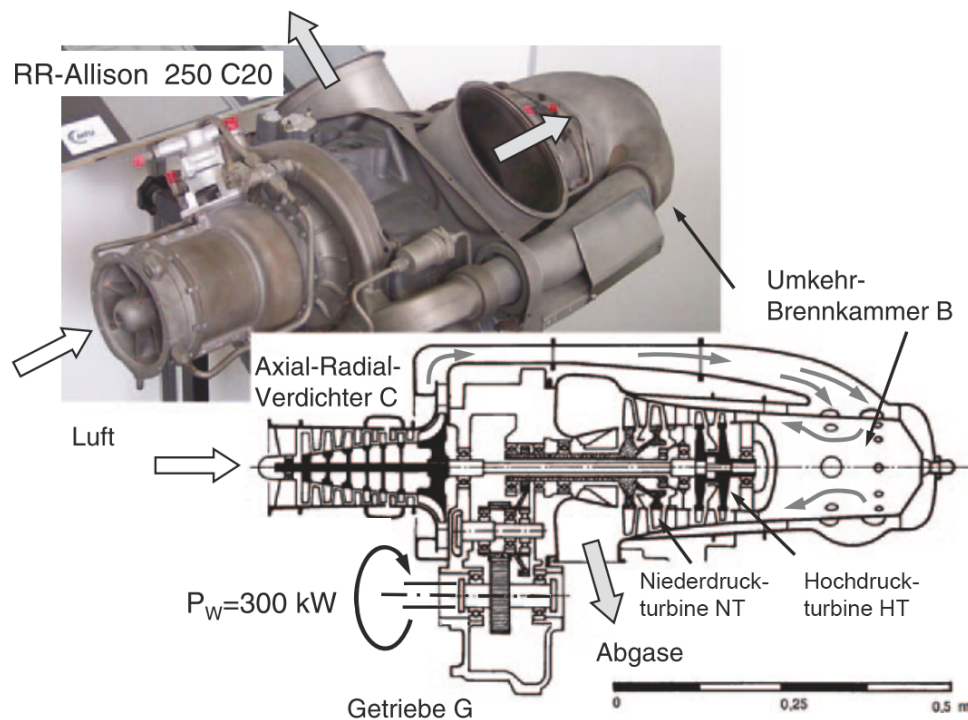
**Abbildung 2.2:** Funktion der Taumelscheibe [3]

wobei die Neigung vom zyklischen und die Verschiebung vom kollektivem Steuer abhängt. Die parallele Verschiebung der Taumelscheibe führt dazu, dass alle Rotorblätter gleichermaßen verstellt werden. So erhält der Pilot die Kontrolle über den Schub des Hauptrotors. Damit stellt das Kollektivsteuer die Hauptursache für die Belastung der Triebwerke dar. Eine Neigung der Taumelscheibe hat die periodische Änderung des Einstellwinkels zur Folge, wie sie für die Steuerung des Rotorschubvektors nötig ist. Abgesehen von einer Phasenverschiebung erfährt jedes Rotorblatt die gleiche Winkeländerung über einen Umlauf [22, 3].

## 2.2 Das Triebwerk Allison 250-C20B

### 2.2.1 Aufbau

Zur Veranschaulichung des Aufbaus befindet sich ein Schnittbild und eine Fotografie des Allison 250-C20 Triebwerks in Abbildung 4.4. Die Modelle C20 und C20B können hierbei als grundlegend baugleich betrachtet werden. Wie es bei Hubschraubern mit mehreren Triebwerken heute üblich ist, ist auch die Allison 250-C20B Gasturbine als 2-Wellen-Triebwerk ausgeführt. Die beiden Wellen werden durch die antreibenden Turbinen unterschieden. Die innere Welle koppelt die zweistufige Hochdruckturbinen (HT) mit dem Verdichter und bildet so den Hochdruckrotor (HR). Der Kombinationsverdichter besteht aus sechs axialen und einer radialen Verdichterstufe. Zusammen mit der Brennkammer bildet der Hochdruckrotor das Kerntriebwerk, dessen Aufgabe die Bereitstellung der angeforderten Leistung ist. Da die Leistung in Form energiereicher Gasströmung am Ausgang des Kerntriebwerks vorliegt, wird

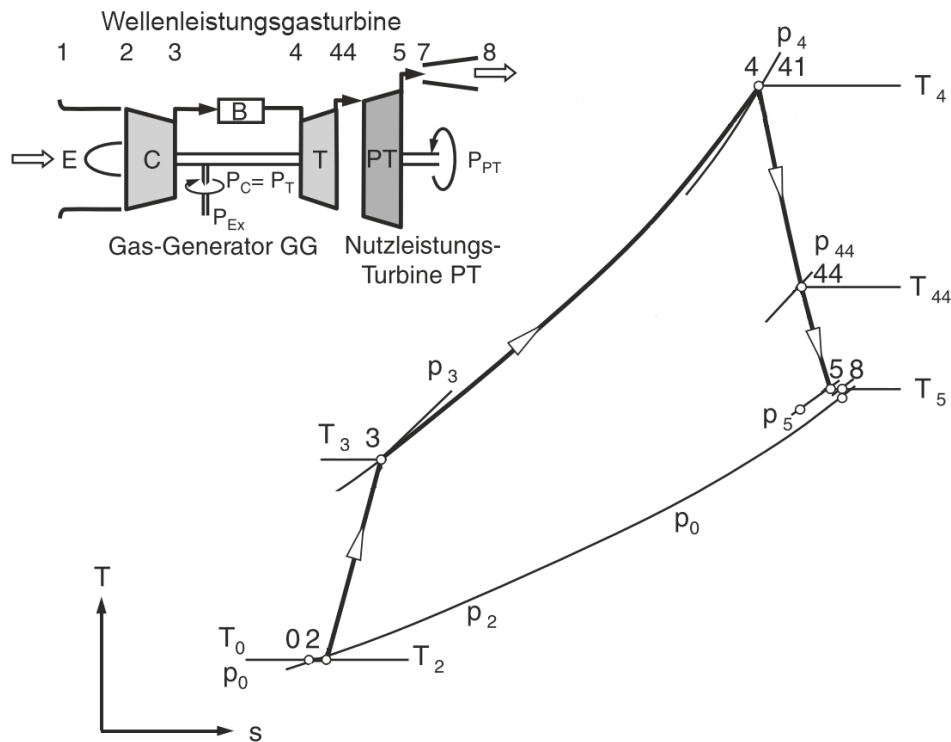


**Abbildung 2.3:** Schnittbild einer Allison 250-C20 Gasturbine [18] (modifiziert)

das Kerntriebwerk auch Gasgenerator genannt. Im Anschluss an den Gasgenerator befindet sich die ebenfalls zweistufige Niederdruckturbinen (NT), die den Niederdruckrotor (NR) antreibt. Der Niederdruckrotor ist konzentrisch um den Hochdruckrotor angeordnet und stellt die Wellenleistung des Triebwerks über ein Getriebe an der Zapfwelle bereit. Da der Niederdruckrotor mechanisch mit dem Hauptrotor des Hubschraubers verbunden ist, wird die Niederdruckrotordrehzahl als Regelgröße verwendet. Die beiden Turbinenwellen sind lediglich thermodynamisch gekoppelt, sodass die Drehzahl des Hochdruckrotors ebenfalls geregelt wird. Zusätzlich zu diversen Hilfsaggregaten besteht demnach von Hoch- und Niederdruckrotor eine mechanische Verbindung zur Regelanlage des Triebwerks. Eine Besonderheit der Allison 250 ist, dass die Niederdruckturbinen mit Getriebe und Zapfwelle den mittleren Teil des Triebwerks bilden. Das Kerntriebwerk ist entsprechend nicht im Kern, sondern auf die beiden Enden der Maschine aufgeteilt. Durch diese kompakte Bauweise kann Gewicht eingespart werden, sodass der Antrieb auch in leichten Fluggeräten verbaut wird. Die Konstruktion setzt jedoch eine Führung der Verdichterluft um den Mittelteil bis hin zur Brennkammer voraus. Weiterhin muss die Strömung um  $180^\circ$  zurück zu den Turbinen im mittleren Teil gelenkt werden. Eine solche Gasführung wird durch die Umkehrbrennkammer erreicht [18].

## 2.2.2 Prozess

Die Allison 250 arbeitet nach dem realen Gasturbinenprozess, der exemplarisch auf Abbildung 2.4 im T-s-Diagramm dargestellt ist. Ein Blockschaltbild gibt zudem die betrachteten Prozessebenen wieder. Die Umgebungsluft an der Stelle 0 wird vom Verdichter C angesaugt



**Abbildung 2.4:** Realer Arbeitsprozess einer Wellenleistungsgasturbine [18] (modifiziert)

und durchströmt dabei den Einlauf E. Da nur ein vernachlässigbarer Energieaustausch zwischen Arbeitsfluid und Einlauf stattfindet, bleibt die totale Enthalpie der Ebenen 0, 1 und 2 konstant. Der Kombinationsverdichter komprimiert das Gas unter Aufwendung von mechanischer Arbeit. Das durch die Drucksteigerung erreichte Gesamtdruckverhältnis von Ebene 2 nach 3 beträgt im Fall der Allison 250-C20B 7,2 : 1. An den Verdichter schließt die Brennkammer B an, in der dem Arbeitsfluid unter nahezu konstantem Druck<sup>2</sup> Wärme zugeführt wird. Im T-s-Diagramm bedeutet das eine Temperatursteigerung entlang der Isobaren zwischen Ebene 3 und 4. Die notwendige thermische Energie für die Wärmezufuhr setzt die Verbrennung des chemischen Energieträgers frei. Entsprechend wird das Temperatur- bzw. Enthalpieniveau am Brennkammeraustritt (Ebene 4) durch den Brennstoffmassenstrom beeinflusst. Gleichzeitig erreicht der Prozess am Brennkammeraustritt seine maximale Temperatur. Diese beträgt beim vorliegenden Triebwerk etwa 1000 °C. Im weiteren Prozessverlauf erfolgt die teilweise Expansion des Arbeitsgases in der Hochdruckturbinen (von Ebene 4 bis 44). Die so aus dem Prozess gewonnene Wellenleistung steht daraufhin dem Verdichter über die Kopplung des Hochdruckrotors zur Verfügung. Mit dem Austritt aus der Hochdruckturbinen verlässt das Fluid den Bereich des Gasgenerators. An dieser Stelle erfolgt die Kontrolle der Turbinenaustrittstemperatur, die für das vorliegende Allison-Modell auf 810 °C limitiert ist. Um die Beschädigung des Triebwerks zu vermeiden, sollte diese Temperatur nicht überschritten werden. Das Gas wird in der Niederdruckturbinen von Ebene 44 bis 5 weiter expandiert und verlässt das Triebwerk anschließend über das Abgasrohr von Ebene 7 bis 8. Die mechani-

<sup>2</sup>Tatsächlich wird das Druckniveau durch geringe Strömungsverluste um etwa 2 % bis 5 % reduziert [18].

sche Leistung der Niederdruckturbine steht nach der Getriebeübersetzung an der Zapfwelle zur Verfügung [14, 18].

Die vom Hersteller angegebenen Prozessdaten der Allison 250-C20B sind für verschiedene Betriebspunkte in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Die Angaben beziehen sich auf den stationären Betrieb bei einer Niederdruckrotordrehzahl von 100 % und die internationale Standardatmosphäre<sup>3</sup> vor dem Einlauf (Ebene 0) [14].

Arbeitspunkt	$n_{HR}$		$\dot{m}_{Br}$	$M_{an}$	$P_{NT}$
	(%)	(1/min)			
Startleistung	103,98	53000	34,4	480	313
Max. Dauerleistung	102,41	52200	32,5	473	298
Max. Leistung im Reiseflug	100,45	51200	30,2	438	276
90 % Max. Reiseflug	98,29	50100	27,7	394	248
75 % Max. Reiseflug	95,74	48800	24,7	329	207
50 % Max. Reiseflug	89,86	45800	19,2	219	138
25 % Max. Reiseflug	81,22	41400	13,9	110	69
Autorotation im Flug	70	35679	9	20,6	13

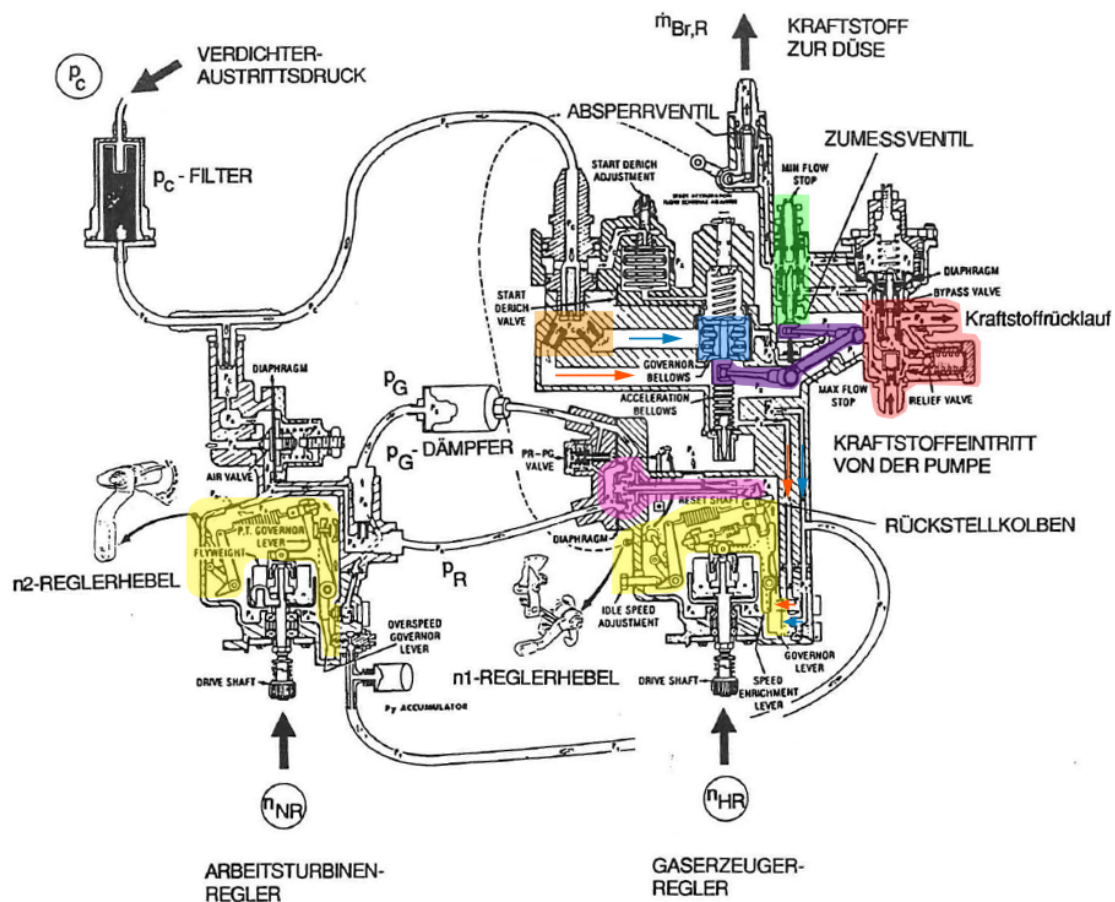
**Tabelle 2.1:** Prozessdaten an verschiedenen Arbeitspunkten nach Herstellerangaben aus [14]

## 2.2.3 Aufbau des Triebwerksreglers

Die Regelung der Allison 250 Gasturbine erfolgt über die Zumessung des Brennstoffmassenstroms mithilfe einer hydromechanischen Regelanlage der Firma Bendix. Die Regelanlage besteht aus einer Kraftstoffpumpe, einem Hauptregler und dem sogenannten Governor. Der Hauptregler regelt die Drehzahl des Gaserzeugers (HR-Drehzahl), während der Governor die Regelung der Arbeitsturbinendrehzahl (NR-Drehzahl) übernimmt. Die Bestimmung des notwendigen Brennstoffs hängt von der Hoch- und Niederdruckdrehzahl sowie dem Verdichteraustrittsdruck ab. Ein Schnittbild des Hauptreglers und Governors ist in Abbildung 2.5 zur Veranschaulichung der folgenden Funktionsbeschreibung dargestellt.

Eine Zahnradpumpe stellt der Hauptregeleinheit einen permanenten Brennstoffüberschuss zur Verfügung. Der nicht benötigte Brennstoff wird über ein Druckregelventil (rot) zur Pumpe zurückbefördert, sodass in jedem Betriebszustand ein konstanter Eingangsdruck gewährleistet ist. Der zur Brennkammer gerichtete Brennstoffmassenstrom hängt so allein von der Stellung der Nadel im Zumessventil (grün) ab [14]. Die Ventalnadel ist mechanisch (lila) mit einem Balg (blau) verbunden, dessen Dehnung oder Stauchung die Nadelstellung beeinflusst. Am Verdichteraustritt entnommene Zapfluft wird innerhalb des Hauptreglers so aufgeteilt (orange), dass beide Seiten des Balges damit beaufschlagt sind. Sowohl die verschiedenen

<sup>3</sup>  $T_0 = 288,15 \text{ K}$ ,  $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$



**Abbildung 2.5:** Schnittbild der Triebwerksregler [14] (modifiziert)

Querschnitte an der Verteilung der Zapfluft als auch die einstellbaren Entlüftungen im unteren Teil des Hauptreglers regulieren die beiden Drücke (orange und blaue Pfeile). Die resultierende Druckdifferenz dehnt oder staucht den Balg und passt so die Nadelstellung an. Die Regulierung der Entlüftungen geschieht über Hebel, die mittels Federn gegen die Entlüftungsbohrungen gedrückt werden (gelb). Hierbei definiert die Vorspannung der Federn eine Hochdruckrotordrehzahl, bei der sich die Hebel von den Entlüftungsbohrungen heben. Die Federvorspannung von einem der Hebel wird mit dem Leistungshebel im Cockpit bzw. mit dem n1-Hebel am Regler eingestellt. Der Leistungshebel steht im normalen Betrieb auf maximaler Leistung.

Ein permanenter Abruf der maximalen Leistung wird durch den Governor verhindert, der als zusätzliche Regeleinheit die Drehzahl des Niederdruckrotors regelt. Dieser erzeugt, ähnlich wie die Hauptregeleinheit, einen Differenzdruck mittels Entlüftungshebel (gelb). Ein Öffnen des Entlüftungshebels hängt beim Governor von der Niederdruckrotordrehzahl und einer verstellbaren Federspannung ab. Der Differenzdruck wirkt über eine Membran auf einen Rückstellkolben (pink), der mit dem Entlüftungshebel der Hauptregeleinheit verbunden ist.



So ist der Governor in der Lage, Einfluss auf die Einstellung der Hochdruckrotordrehzahl zu nehmen. Sowohl Membran als auch der Rückstellkolben befinden sich innerhalb der Hauptregeleinheit [2].

Zum Einstellen der Federspannung befindet sich am Governor der n2-Reglerhebel, der im Fall der Bo 105 mittels elektrischem Stellmotor betätigt wird. Weiterhin besteht eine mechanische Verbindung zwischen dem n2-Hebel und der Hydraulikeinheit des kollektiven Steuers. So ist es möglich sowohl die Vorgabe der Solldrehzahl als auch eine Störgrößenaufschaltung über den Reglerhebel zu realisieren. Der große Einfluss auf die Belastung des Triebwerks begründet die Stellung des Kollektivsteuers als Störgröße. Über einen Vierwegeschalter, der sich direkt am Kollektivsteuer befindet, erfolgt die manuelle Vorgabe der Solldrehzahl durch den Piloten [14, 8].

## 2.3 Erstellen quasi-nichtlinearer Bereichsmodelle

Die Modellierung komplexer nichtlinearer Systeme erfolgt oftmals durch eine Linearisierung an bestimmten Arbeitspunkten. Reicht die Linearisierung an einem Arbeitspunkt nicht aus, um ein System im gesamten Arbeitsbereich zu beschreiben, kommen mehrere Arbeitspunktmodelle zum Einsatz. Diese können durch die Linearisierung an verschiedenen Arbeitspunkten erzeugt und als Zustandsraummodell nach den Gleichungen 2.1 beschrieben werden.

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\xi,AP}) + \mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\xi,AP}) \\ \Delta \mathbf{y} &= \mathbf{C}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\xi,AP}) + \mathbf{D}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\xi,AP})\end{aligned}\tag{2.1}$$

mit:  $\Delta \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_{\xi,AP}; \quad \Delta \mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_{\xi,AP}$

Das Zustandsraummodell besteht aus der System- und Ausgangsgleichung, die die zeitliche Ableitung des Zustandsvektors  $\dot{\mathbf{x}}$  und den Ausgangsvektor  $\mathbf{y}$  darlegen. Die Berechnung findet in beiden Gleichungen mit den Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  statt. Im Fall eines Arbeitspunktmodells wird die Abweichung der Zustands- sowie Eingangsgrößen von den entsprechenden Größen  $(\mathbf{x}_{\xi,AP}, \mathbf{u}_{\xi,AP})$  am Arbeitspunkt  $\xi, AP$  bestimmt. Die Abweichungsgrößen werden anschließend in der Systemgleichung mit der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  bzw. der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  multipliziert. Für die Ausgangsgleichung mit der Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  und der Durchgangsmatrix  $\mathbf{D}$  gilt das analog. Da die Abweichungsgrößen am Arbeitspunkt stets null ergeben, erfolgt die Einstellung des Arbeitspunktes durch die Vektoren  $\dot{\mathbf{x}}_{\xi,AP}$  und  $\mathbf{y}_{\xi,AP}$ .

Bei der Simulation von Vorgängen, die über mehrere Arbeitspunkte verlaufen, wäre ein Wechsel des Modells für die Simulationsgüte vorteilhaft. Eine solche Anpassung der Modellparameter kann beispielsweise durch ein linear parameter veränderliches Modell (LPV) im Zustandsraum erreicht werden. Die Modellierung eines LPV-Modells sieht die Interpolation und Anpassung der Matrizen an bzw. zwischen den Arbeitspunkten vor. Dazu werden die bestehenden Arbeitspunktmodelle als Stützstellen sowie ein beschreibender Parameter in

Abhängigkeit der Zustände des Systems verwendet. Eine Nachführung der Gleichgewichtsbedingungen von Ein-, Ausgängen und Zustandsgrößen ( $\mathbf{u}_{\xi,AP}$ ,  $\mathbf{y}_{\xi,AP}$  und  $\mathbf{x}_{\xi,AP}$ ) des LPV-Systems ist nicht vorgesehen.

Die quasi-nichtlineare (QN) Formulierung baut auf dem LPV-System auf und erweitert dieses. Sie sieht dabei die Interpolation sowohl der Matrizen des Zustandsraummodells als auch der Gleichgewichtsbedingungen vor. Dem Begriff quasi-nichtlinear liegt die Tatsache zugrunde, dass ein solches Modell weder linear noch nichtlinear im klassischen Sinn ist. Die Bezeichnung nichtlinear bezieht sich im Allgemeinen auf die exakte physikalische Formulierung, die neben nichtlinearen Termen auch meist mit hohen Modellordnungen einhergeht. Ein QN-Modell basiert dagegen auf einer Variation der Parameter von bereits linearisierten Arbeitspunktmodellen. Zusätzlich können dem Modell ausgewählte bekannte Nichtlinearitäten hinzugefügt werden, die die Simulationsgüte weiter verbessern. Bekannte Nichtlinearitäten sind beispielsweise durch physikalische Beschreibungen gegeben. Da zur QN-Formulierung mehrere Arbeitspunktmodelle zu einem Bereichsmodell zusammengefasst werden, spricht man im angelsächsischen Sprachraum auch von *model-stitching* [9].

Das Vorgehen zur Erzeugung eines Bereichsmodells kann nach [9] in drei Schritte gegliedert werden. Der erste Schritt behandelt die Wiederherstellung bekannter nichtlinearer Zusammenhänge. In den Arbeitspunktmodellen werden diese Nichtlinearitäten bereits in linearisierter Form berücksichtigt. Sind die expliziten Formulierungen der Zusammenhänge bekannt, kann die Modellgüte durch deren Hinzufügen gesteigert werden. Das Hinzufügen der Zusammenhänge erfolgt durch den Vektor  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ , der alle explizit formulierten Nichtlinearitäten enthält.

Im zweiten Schritt ist die Wahl des beschreibenden Parameters  $\xi$  zu treffen. Da die Änderung der Systemparameter von  $\xi$  abhängt, sollte jeder Arbeitspunkt durch ihn definiert sein. Die Aussage bezieht sich demnach auf einen Parameter, der die Systemeigenschaften am stärksten beeinflusst. Für die Beschreibung von  $\xi$  ist somit die Wahl einer Zustandsgröße oder einer Funktion mehrerer Zustandsgrößen sinnvoll. Anhand dieses Parameters werden anschließend die Trimmgrößen interpoliert. Die Trimmung der Zustandsgrößen kann mithilfe eines gefilterten Parameters  $\xi_f$  erfolgen, der am Ende des Abschnitts erklärt wird. Als Trimmen versteht man bei Hubschraubermodellen den Vorgang, das System in ein Gleichgewicht zu überführen. Der Begriff soll an dieser Stelle übernommen werden, wonach Trimmgrößen diejenigen Eingangs-, Ausgangs- und Zustandsgrößen sind, mit denen ein Gleichgewicht am jeweiligen Betriebspunkt entsteht. Die Interpolation der Trimmgrößen erzeugt eine Abhängigkeit von  $\xi$ , sodass Gleichung 2.2 gilt.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\xi,AP} &\rightarrow \mathbf{u}_T(\xi); & \mathbf{x}_{\xi,AP} &\rightarrow \mathbf{x}_T(\xi_f); & \mathbf{y}_{\xi,AP} &\rightarrow \mathbf{y}_T(\xi) \\ \text{mit: } \xi &= \xi(\mathbf{x}) \end{aligned} \tag{2.2}$$

Der dritte Schritt befasst sich mit der Berechnung der residualen Matrizen ( $\mathbf{A}(\xi_f)$ ,  $\mathbf{B}(\xi_f)$ ,  $\mathbf{C}(\xi_f)$  und  $\mathbf{D}(\xi_f)$ ). Da die Variation der Trimmgrößen eine zusätzliche Dynamik in dem System erzeugt, die identifizierte Dynamik am Arbeitspunkt jedoch erhalten werden soll, reicht eine reine Interpolation der Matrizen nicht aus. Die Matrizen müssen so bestimmt werden, dass sie

dem System – zusammen mit der Trimmgrößenvariation – die ursprünglichen dynamischen Eigenschaften aufprägen. Eine Vorschrift zur Berechnung dieser residualen Matrizen kann mithilfe der Linearisierung des allgemeinen QN-Systems aus Gleichung 2.3 am Arbeitspunkt  $\xi_{AP}$  erzeugt werden.

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{x}}_{\xi,f} &= \mathbf{A}(\xi_f)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_T(\xi_f)) + \mathbf{B}(\xi_f)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_T(\xi)) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_T(\xi), \mathbf{u}_T(\xi)) \\ \Delta \mathbf{y}_{\xi} &= \mathbf{C}(\xi_f)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_T(\xi_f)) + \mathbf{D}(\xi_f)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_T(\xi)) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_T(\xi), \mathbf{u}_T(\xi))\end{aligned}\quad (2.3)$$

$$\text{mit: } \Delta \dot{\mathbf{x}}_{\xi,f} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_T(\xi_f); \quad \Delta \mathbf{y}_{\xi} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_T(\xi)$$

Das allgemeine QN-System entsteht aus der Kombination der Gleichungen 2.1 sowie 2.2. Zudem sind bekannte Nichtlinearitäten im Vektor  $\mathbf{f}$  hinzugefügt, der jeweils von den Eingangs- und Zustandsgrößen bzw. deren Trimmgrößen abhängt. Wie bei der Zustandstrimmung kann die Ausgabe der residualen Matrizen aufgrund des gefilterten Parameters  $\xi_f$  erfolgen.

Die Linearisierung des Bereichsmodells 2.3 kann mit Gleichung 2.4 als ein explizit formuliertes Arbeitspunktmodell interpretiert werden.

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{x}} &= \underbrace{\left( \overbrace{\mathbf{A}(\xi_{AP}) - \mathbf{A}(\xi_{AP}) \frac{\partial \mathbf{x}_T}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{B}(\xi_{AP}) \frac{\partial \mathbf{u}_T}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_T, \mathbf{u}_T)}{\partial \mathbf{x}}}^{\text{instantaner Term der Systemgl.}} \right)}_{\mathbf{A}_{\xi_{AP}}} \Delta \mathbf{x} \\ &\quad + \underbrace{\left( \mathbf{B}(\xi_{AP}) + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right)}_{\mathbf{B}_{\xi_{AP}}} \Delta \mathbf{u} \\ &\quad \Delta \mathbf{y} = \underbrace{\left( \overbrace{\mathbf{C}(\xi_{AP}) - \mathbf{C}(\xi_{AP}) \frac{\partial \mathbf{x}_T}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{D}(\xi_{AP}) \frac{\partial \mathbf{u}_T}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_T, \mathbf{u}_T)}{\partial \mathbf{x}}}^{\text{instantaner Term der Ausgangsgl.}} \right)}_{\mathbf{C}_{\xi_{AP}}} \Delta \mathbf{x} \\ &\quad + \underbrace{\left( \mathbf{D}(\xi_{AP}) + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right)}_{\mathbf{D}_{\xi_{AP}}} \Delta \mathbf{u}\end{aligned}\quad (2.4)$$

In den Gleichungen werden bereits einige Terme vernachlässigt, die sich bei einer Initialisierung am Arbeitspunkt eliminieren. Die instantanen Terme sind für die Filterung des Parame-

ters  $\xi$  relevant und entfallen, wenn die Filterzeitkonstante deutlich größer als die Zeitkonstante des Systems ist. Eine detaillierte Beschreibung der Filterzeitkonstante folgt am Ende des Abschnitts.

Um an eine allgemeine Formulierung der residualen Matrizen zu gelangen, findet ein Koeffizientenvergleich zwischen dem linearisierten Bereichsmodell 2.4 und dem Arbeitspunktmodell 2.1 statt. Dadurch bleibt zudem die Dynamik am Arbeitspunkt erhalten. Die residualen Matrizen können anschließend mit den Gleichungen 2.5 berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \left( \mathbf{A}_{\xi,AP} + \left( \mathbf{B}(\xi_f) \frac{\partial \mathbf{u}_T}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_T, \mathbf{u}_T)}{\partial \mathbf{x}} \right) \Big|_{\xi,AP} \right) \cdot \mathbf{J}_x^{-1} \\
 \mathbf{B}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \mathbf{B}_{\xi,AP} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\xi,AP} \\
 \mathbf{C}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \left( \mathbf{C}_{\xi,AP} + \left( \mathbf{D}(\xi_f) \frac{\partial \mathbf{u}_T}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_T, \mathbf{u}_T)}{\partial \mathbf{x}} \right) \Big|_{\xi,AP} \right) \cdot \mathbf{J}_x^{-1} \quad (2.5) \\
 \mathbf{D}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \mathbf{D}_{\xi,AP} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\xi,AP} \\
 \text{mit: } \mathbf{J}_x &= \left( \mathbf{I} - \frac{\partial \mathbf{x}_T}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\xi,AP} \right)
 \end{aligned}$$

Die instantane Matrix  $\mathbf{J}_x$  entsteht bei der Umformung des Koeffizientenvergleichs durch das Faktorisieren der alleinstehenden residualen System- sowie Ausgangsmatrix und den instantanen Termen. Wie die Erklärung der Filterung befindet sich eine ausführliche Beschreibung der instantanen Matrix am Ende des Abschnitts.

Durch die Gleichungen 2.5 sind alle residualen Matrizen des Bereichsmodells an den Arbeitspunkten bekannt. Wie bei den Trimmgrößen, werden die Trajektorien der Matrizen entlang des Parameters  $\xi$  interpoliert. Dazu stellt [9] verschiedene Methoden vor, um auch den Verlauf der Eigenwerte sinnvoll und glatt zu gestalten.

- Bei der direkten Interpolation werden die zuvor berechneten residualen Matrizen als Stützstellen für eine Interpolation entlang des Parameters  $\xi$  verwendet.
- Die mittelbare Interpolation sieht zunächst das Interpolieren der identifizierten Matrizen entlang des Parameters  $\xi$  vor, woraufhin die Berechnung der residualen Matrizen folgt.
- Als dritte Möglichkeit wird die Erweiterung der zweiten um die Nebenbedingung glatter Eigenwertverläufe vorgestellt. Wie bei der zweiten Möglichkeit, erfolgt die Berechnung der residualen Matrizen im Anschluss.

Da die Eigenwertverläufe durch die dritte Variante explizit berücksichtigt werden, ist diese nach Möglichkeit zu bevorzugen. Die Vorgabe der Eigenwertverläufe erfolgt durch die Transformation der identifizierten Systemmatrizen in die kanonische Modalform. Mit der Transformation bestimmte Eigenwerte an den Arbeitspunkten dienen als Stützstellen für die direkte Interpolation der Eigenwertverläufe. Im Anschluss wird die Trajektorie der identifizierten Systemmatrix zwischen den Arbeitspunkten so bestimmt, dass die Eigenwerte mit den interpolierten Eigenwertverläufen übereinstimmen. Aus dieser von  $\xi$  abhängigen Trajektorie der identifizierten Systemmatrix folgt die Berechnung der residualen Matrizen. Für die Realisierung dieser Interpolationsmethode eignet sich beispielsweise ein Optimierungsverfahren.

Es besteht die Möglichkeit, den Parameter  $\xi$  zu filtern, sodass die Trimmung der Zustandsgrößen  $x_T$  sowie die Ausgabe der Matrizen von  $\xi_t$  abhängt. Davon ausgenommen ist die Trimmung der Eingangsgrößen und hinzugefügter Nichtlinearitäten. Die meist angewandte Tiefpassfilterung bewirkt eine Konstanz der Trimmgrößen und residualen Matrizen für kurzzeitige Auslenkungen (hohe Frequenz) des Parameters  $\xi$ . Bei niedrigen Frequenzen hat das die verzögerte Nachführung der davon abhängigen Größen zur Folge. Im Arbeitspunktmodell werden Abweichungsgrößen gebildet, die sich auf die jeweiligen Größen am Arbeitspunkt (z.B.  $x_{\xi,AP}$  und  $u_{\xi,AP}$ ) beziehen. Ein verzögertes Nachführen der Trimmgrößen erzeugt, wie beim Arbeitspunktmodell, zunächst einen annähernd konstanten Bezugspunkt. Nach [21, 9] wird so die Genauigkeit des Arbeitspunktmodells durch den beharrenden Bezugspunkt und zudem eine Glättung der Übergänge von vormals konstanten Größen erreicht. Von [9] wird zudem die Einstellung der Filterzeitkonstanten mittels Versuchsdaten des abzubildenden Systems empfohlen.

Nimmt die Filterzeitkonstante gegenüber der Zeitkonstanten des Modells einen großen Wert an, so kann die instantane Matrix  $J_x$  in den Gleichungen 2.5 vernachlässigt werden. Eine große Filterzeitkonstante führt lediglich zu einer geringen Änderungen der Trimmgrößen infolge einer Änderung der Zustandsgrößen. Demnach wird  $J_x$  in den Gleichungen 2.5 näherungsweise zur Einheitsmatrix  $I$ . Eine sehr kleine Filterzeitkonstante, die ähnlich einer ausbleibenden Filterung zu betrachten ist, lässt auch die Elemente auf der Hauptdiagonalen von  $J_x$  sehr klein werden. Die Inversion der Matrix führt während der Berechnung der residualen Matrizen zu großen Elementen in der System- und Ausgangsmatrix. In Kombination mit den kleineren Elementen entstehen auf diese Weise steife Matrizen.

An die Simulation gestellte Genauigkeitsanforderungen geben im Fall einer steifen Systemmatrix nicht weiter die Größe der Zeitschritte vor. Die Schrittweite muss so gewählt werden, dass die Stabilität der Simulation erhalten bleibt. Negative Auswirkungen auf die Performanz des Modells sind die Folge. Zur Vermeidung der steifen Matrizen können zwei Maßnahmen getroffen werden. Zum einen trägt die bereits bekannte Filterung des beschreibenden Parameters dazu bei, die instantane Matrix und damit verbundene große Werte in der residualen Matrix zu vernachlässigen. Zum anderen können die Zusammenhänge bereits während der SysID berücksichtigt werden, sodass große Elemente in  $J_x$  mit Nullelementen multipliziert werden.

Nach [9] befindet sich das größte Element der inversen instantanen Matrix in der ersten Zeile der ersten Spalte. Um dieses Element bei der Multiplikation mit der residualen Systemmatrix zu eliminieren, sollte insbesondere die erste Spalte der residualen Matrix mit Nullelementen versehen sein. Das kann erreicht werden, wenn die Systemmatrix des Arbeitspunktmodells

anhand der Trimmgrößen identifiziert wird. Mit diesem Wissen lässt sich eine Bedingung für die SysID eines Mehrgrößensystems aus den Gleichungen 2.5 herleiten und mit Gleichung 2.6 definieren.

$$\mathbf{A}_{\xi, \text{AP}} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} - \left( \mathbf{B}_{\xi, \text{AP}} \frac{\partial \mathbf{u}_T}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_T, \mathbf{u}_T)}{\partial \mathbf{x}} \right) \bigg|_{\xi, \text{AP}} \quad (2.6)$$

Die Bedingung bezieht die Trimmgrößen in die SysID ein und führt im Arbeitspunktmodell zur Korrelation zwischen den Elementen der System- und Eingangsmatrix [9]. Bei der Betrachtung von Eingrößensystemen besteht die Möglichkeit, dass die Dynamik des Systems – aufgrund der Bedingung – vollständig durch das Nachführen der Trimmgrößen beschrieben wird. Die meisten bereits identifizierten Modelle berücksichtigen noch keine Trimmgrößen, weshalb eine Filterung häufig notwendig ist.

## 2.4 Identifikation von Reglerparametern

### 2.4.1 Einstellregeln

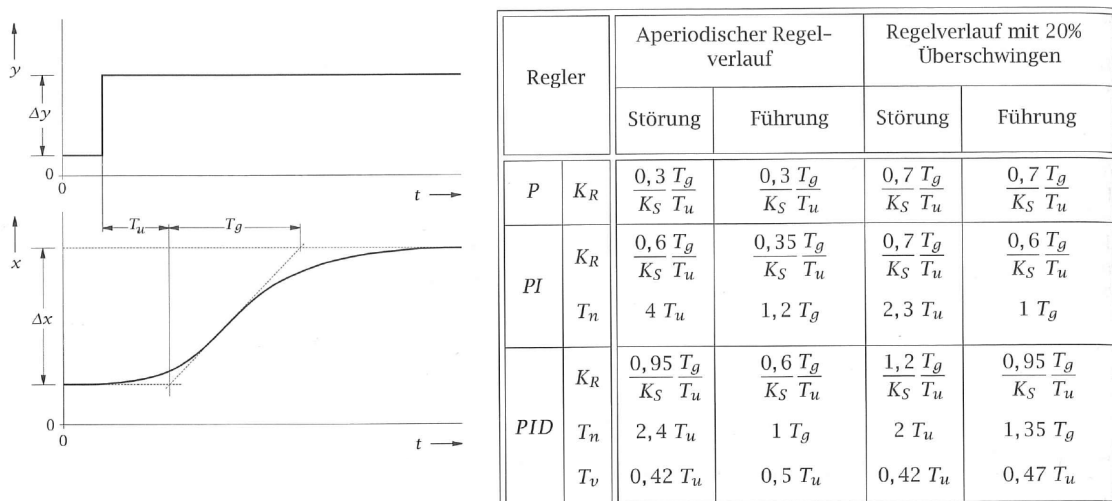
Unter Einstellregeln versteht man im regelungstechnischen Zusammenhang empirisch bestimmte Empfehlungen zur Einstellung von Reglerparametern. Den Empfehlungen ist oftmals die Antwort der Regelstrecke auf definierte Eingangssignale zugrunde gelegt. Einstellregeln bieten die Möglichkeit eines Reglerentwurfs unter minimalem Aufwand bei weitgehend unbekannten Regelstrecken. Die Anwendung von Einstellregeln findet entsprechend häufig bei kostengünstigen Regelungskonzepten statt. Weiterhin sind Einstellregeln bei der Erstausslegung eines Reglers hilfreich, wenn die eigentliche Einstellung im Betrieb erfolgt. Das ist beispielsweise der Fall, wenn der ungeregelte Betrieb eines Systems unzulässig bzw. unmöglich ist [1].

Einstellregeln haben sich in vielen Variationen durchgesetzt. An dieser Stelle sollen die Regeln nach Chien, Hrones und Reswick aus [1] vorgestellt werden. Wie auch andere Einstellregeln, analysieren diese die Antwort der Regelstrecke infolge eines sprungförmigen Eingangssignals. Abbildung 2.6 zeigt die Sprungantwort einer Regelstrecke, mit der Eigenschaften wie die Verzugs- und Ausgleichszeit ( $T_u$  und  $T_g$ ) sowie der Übertragungsfaktor  $K_s$  bestimmt werden. Dazu wird der Sprungantwort eine Tangente an den Punkt des größten Gradienten angelegt. Die Differenz der Zeiten, zu denen der Funktionswert der Tangente die stationären Anfangs- und Endwerte der Sprungantwort erreicht, ist als Ausgleichszeit  $T_g$  definiert. Als Verzugszeit  $T_u$  ist der Zeitraum zwischen dem Beginn des Sprungs und dem Schnittpunkt

mit dem stationären Anfangswert definiert. Das Verhältnis aus Sprunghöhe  $\Delta x$  und der Differenz des stationären End- sowie Anfangswertes der Regelstrecke  $\Delta y$  bildet den Übertragungsfaktor  $K_s$  aus Gleichung 2.7.

$$K_s = \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (2.7)$$

Mit den bisher bestimmten Kenngrößen muss geprüft werden, ob die Bedingung zur Verwendung der Einstellregeln erfüllt ist. Die Einstellregeln nach Chien, Hrones und Reswick haben z.B. keine Gültigkeit, wenn die Regelstrecke ein übermäßiges Totzeitverhalten aufweist. Nach [1] kann die Bedingung anhand der Kenngrößen mit  $T_u/T_g \leq 1/3$  geprüft werden. Ist die Bedingung erfüllt, erfolgt die Wahl der Gleichungen aus Abbildung 2.6, um die empfohlenen Reglerparameter zu berechnen. Bei der Auswahl ist die Art der Systemanregung und das gewünschte Ansprechverhalten des Reglers zu beachten. Die Art der Anregung unterscheidet sich darin, ob der Regler eine Störgröße ausgleichen oder einer Führungsgröße folgen soll. Das Ansprechverhalten charakterisiert die Geschwindigkeit, mit der die Regelabweichung ausgeglichen wird. Ein schnelleres Ansprechverhalten hat oft das Überschwingen der Regelgröße zur Folge. Ist ein Überschwingen nicht akzeptabel, sollte ein aperiodischer Regelverlauf gewählt werden.



**Abbildung 2.6:** Kenngrößen der Sprungantwort (links) und Einstellregeln (rechts) [1]

## 2.4.2 Optimierungsverfahren

Die Anwendung eines Optimierungsverfahrens fordert zunächst die Formulierung des Optimierungsproblems. Dazu gehört die Definition der Zielfunktion, des Optimierungsziels, der Designvariablen und möglicher Restriktionen.

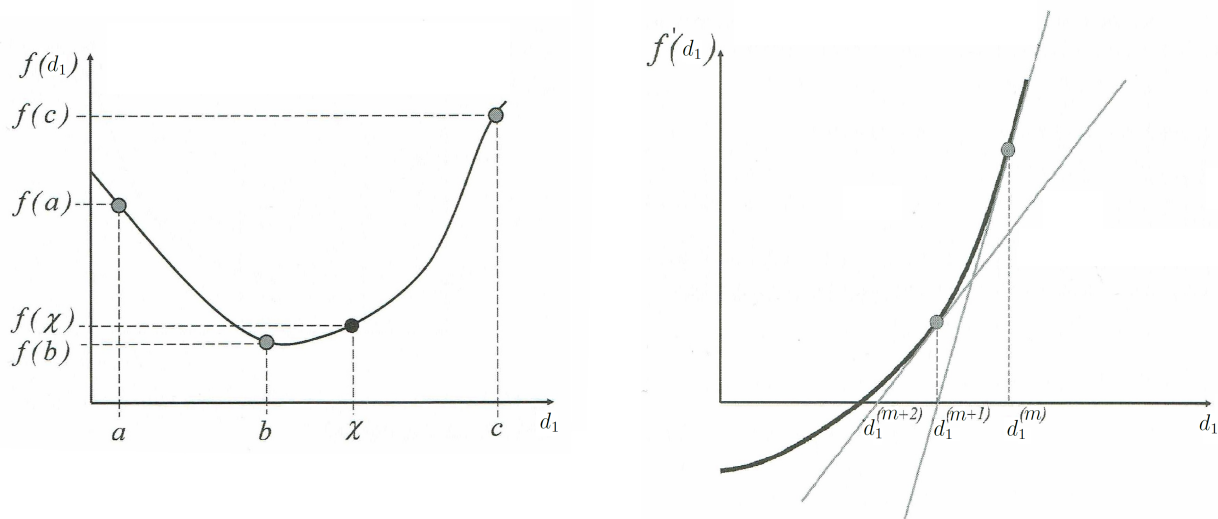
Die Zielfunktion  $f$  stellt eine Funktion aller Zusammenhänge dar, die zu optimieren sind. Demnach kann die Zielfunktion aus mehreren Komponenten bestehen, die von den Designvariablen abhängig sind. Der Verlauf einer Zielfunktion ist in der Regel unbekannt, weshalb die Evaluation der Funktionswerte an verschiedenen Punkten durch die Variation der Designvariablen erfolgt. Im Rahmen einer SysID ist z.B. der Modellfehler, der von den Parametern des Modells abhängt, als Funktionswert geeignet. Das Optimierungsziel legt ein Kriterium fest, für das die Zielfunktion optimal wird. Das ist der Fall, wenn der Funktionswert der Zielfunktion entweder ein Minimum oder ein Maximum erreicht. Hierbei kann die Maximierung auch als Minimierung der negativen Zielfunktion verstanden werden. Demnach ist das Optimierungsziel in den meisten Fällen als Minimierung der Zielfunktion formuliert [12].

Die Designvariablen, zusammengefasst als Vektor  $\mathbf{d}$ , repräsentieren die Modellparameter des zu identifizierenden Systems. In der parametrischen SysID werden Parameter gesucht, die ein System anhand einer zuvor aufgestellten Modellstruktur bestmöglich beschreiben. Das Ziel einer SysID mithilfe von Optimierungsverfahren liegt demnach im Auffinden von Designvariablen, mit denen das Optimierungsziel erreicht wird. Ein ausgewählter Algorithmus variiert dafür die Designvariablen, sodass mit jeder Iteration eine Annäherung an das Optimierungsziel stattfindet. In den meisten Fällen müssen sich die Designvariablen innerhalb eines definierten Bereiches befinden, der von verschiedenen Restriktionen eingegrenzt wird. Diese können bei der Reglerauslegung z.B. durch physikalisch beschränkte Stellbereiche des Aktuators vorgegeben sein. Unphysikalische Designvariablen werden so bereits zu Beginn ausgeschlossen. Restriktionen können jedoch das Auffinden eines globalen Optimums verhindern. Dennoch ist es möglich, ein lokales Optimum innerhalb der Begrenzung zu erreichen, das für den entsprechenden Anwendungsfall zufriedenstellend ist.

Zur Variation der Designvariablen haben sich gradientenbasierte und gradientenfreie Algorithmen durchgesetzt. Gradientenfreie Algorithmen basieren weitgehend auf dem Verfahren der Intervallschachtelung. Innerhalb eines vorgegebenen Intervalls (Eingrenzung z.B. durch Restriktionen) wird aufgrund logischer Entscheidungen ein neues kleineres Intervall ausgewählt. Die Wahl der neuen Intervalle wird insofern logisch getroffen, dass das Minimum stets darin enthalten ist. Dieser Vorgang wiederholt sich so lange, bis das Minimum mit einer definierten Toleranz eingeklammert ist. Da dieses Verfahren ohne Gradienten auskommt, werden im Vergleich zu gradientenbasierten Algorithmen weniger Evaluationen der Zielfunktion pro Iteration benötigt. Bei gradientenfreien Verfahren sinkt mit steigender Anzahl der Designvariablen jedoch die Wahrscheinlichkeit, ein Minimum der Zielfunktion zu finden [12]. Die linke Seite der Abbildung 2.7 zeigt ein Beispiel für die Intervallschachtelung an einer Zielfunktion mit einer Designvariablen  $d_1$  nach der Methode des goldenen Schnitts.

Zuerst werden die Funktionswerte  $f$  an den Punkten  $a$  und  $b$  durch die Evaluation der Zielfunktion bestimmt. Da in diesem Fall  $f(b) < f(a)$  gilt, findet die Evaluation von  $f(c)$  an einer Stelle  $c$  statt, die die Bedingung  $b < c$  erfüllt. Nach der Methode des goldenen Schnitts ist das Intervall  $[b, c]$  um den Faktor 1,618 größer als das Intervall  $[a, b]$ . Im Beispiel ist  $f(c)$  gegenüber den anderen Funktionswerten größer, wodurch ein lokales Minimum der Zielfunktion als logische Konsequenz in  $[a, c]$  eingeklammert ist. Zur Intervallschachtelung erfolgt eine weitere Evaluation am Punkt  $\chi$ , sodass  $[a, \chi]$  der gleichen Größe entspricht wie  $[b, c]$ . Für  $f(b) < f(\chi)$  wird  $[a, \chi]$  als neues Suchintervall festgelegt. Andernfalls wird  $[b, c]$  im weiteren Verlauf verwendet. Damit ist eine Iteration der Methode abgeschlossen. Im Beispiel ist das





**Abbildung 2.7:** Beispiel zur Optimierung mittels gradientenfreier (links) und gradientenbasierter (rechts) Verfahren [12] (modifiziert)

neue Suchintervall  $[a, \chi]$  in dem der bereits bekannte Funktionswert  $f(b)$  liegt. Durch ein Umbenennen der Punkte  $a$ ,  $b$  und  $\chi$  des neuen Intervalls zu  $a$ ,  $b$  und  $c$ , können die gleichen Vorschriften zur erneuten Iteration herangezogen werden. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Umbenennung entsprechend der Bedingung  $[a, b] < [b, c]$  erfolgt.

Gradientenbasierte Algorithmen evaluieren die Gradienten in der Umgebung des jeweiligen Iterationspunktes  $m$ . Die Designvariablen des nächsten Iterationsschrittes  $(m + 1)$  werden bei einem Mehrgrößensystem in der Richtung des größten negativen Gradienten gewählt. Auch dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis die Steigung der Zielfunktion in alle Richtungen eine definierte Toleranz unterschritten hat. Ein Beispiel dazu, mit einem Eingrößensystem der Designvariablen  $d_1$ , zeigt die rechte Seite der Abbildung 2.7. Die schwarze Funktion gibt in diesem Fall nicht die Zielfunktion selbst, sondern ihre Ableitung wieder. Da der Gradient an einem Minimum bzw. Maximum null ist, gilt es die Nullstelle der Ableitung zu ermitteln. Eine numerische Lösung dieses Problems nähert die Designvariable innerhalb mehrerer Iterationen an die Nullstelle an. Dazu muss ein Startpunkt gewählt werden, an dem die Ableitung linear approximiert wird [12]. Mit der Nullstelle der linearen Funktion kann anschließend der nächste Punkt berechnet werden, an dem die Approximation der Ableitung erneut stattfindet. Das Verfahren wiederholt sich, bis die Nullstelle der Ableitung bestimmt ist. Dieses Vorgehen beschreibt das Newton-Verfahren, das die Grundlage für einige weitere gradientenbasierte Algorithmen bildet. Gegenüber den gradientenfreien Verfahren wird die Zielfunktion zwar häufiger evaluiert, die Anzahl der Iterationen ist jedoch oftmals geringer. Eine Anwendung gradientenbasierter Verfahren bei unstetigen Zielfunktionen kann das Finden eines Minimums verhindern.

### 3 Ziele der Modellbildung

Aus [14] geht bereits ein identifiziertes lineares Arbeitspunktmodell hervor, auf dem die weitere Modellbildung basiert. Aufgrund der Linearisierung an den Arbeitspunkten bildet dieses Modell das reale Triebwerksverhalten ausschließlich in der Nähe der Arbeitspunkte exakt ab. Sollen Vorgänge simuliert werden, die einen größeren Bereich des Triebwerkskennfeldes einbeziehen, wäre der Wechsel auf einen näher liegenden Arbeitspunkt von Vorteil. Ein solcher Wechsel kann oft eine realitätsferne Dynamik verursachen [16]. Um dennoch ein hinreichendes Abbild über den gesamten Betriebsbereich zu erhalten, wird ein quasi-nichtlineares Modell angestrebt. Ungeachtet der Vorteile (siehe Abschnitt 2.3) ist auch das nichtlineare System lediglich eine Nachbildung der Realität ohne die vollständige Berücksichtigung aller physikalischen Zusammenhänge. Zur Vermeidung eines diffizilen Systems werden dem Betriebsbereich deshalb Grenzen gesetzt, innerhalb derer das Modell gültig sein muss. Hierbei gilt es, auf die bereits vorhandene Limitierung durch das identifizierte Arbeitspunktmodell zu achten. Aus diesen Überlegungen lassen sich die folgenden Ziele für die Modellbildung definieren:

- Das Arbeitspunktmodell soll in ein quasi-nichtlineares Modell überführt werden, das das Verhalten der Allison Gasturbine im gesamten Betriebsbereich abbildet. Da die Arbeitspunkte anhand des realen Triebwerks identifiziert sind, müssen sich die ungeregelten Modelle dort gleichartig verhalten. Die Dynamik am Arbeitspunkt darf durch die Modifikation der Modellierung also nicht beeinflusst werden. Mittels Vergleich beider Modellcharakteristiken ist die Umsetzung dieser Anforderung geeignet zu verifizieren.
- Eine Regelung des Triebwerks ist so zu realisieren, dass die Zeitverläufe von Niederdruckrotordrehzahl und Antriebsmoment aus der Simulation möglichst gut mit den Daten der Bo 105 Flugversuche korrelieren. Von einem Regler mit Gültigkeit im gesamten Betriebsbereich ist abzusehen, da die Messdaten zu dessen Validierung nicht ausreichen.<sup>1</sup> Die Flugversuchsdaten sind auf einen kleinen Betriebsbereich beschränkt, sodass eine aussagekräftige Validierung lediglich für diesen Bereich durchgeführt werden kann.
- Das geregelte Triebwerksmodell soll in eine gekoppelte Simulationsumgebung eingebunden werden. Dort interagiert das Modell mit dem Rotor-Triebstrang-Modell im Mehrkörpersimulationsprogramm SIMPACK, weshalb die Schnittstelle darauf anzupassen ist. Die Realisierung des geregelten Modells erfolgt mit lediglich einem Ein- und Ausgang. Die Niederdruckrotordrehzahl stellt dabei den Eingang und das Antriebsmoment den Ausgang dar. Im Triebwerk enthaltene Trägheitsmomente, die eine direkte

---

<sup>1</sup>In [14] liegt ein vollständiges Blockschaltbild der BENDIX-Regelanlage vor, ohne Angabe der Parameter. Die Anfrage an den Hersteller nach der von [14] verwendeten Referenz blieb erfolglos. Es besteht demnach die Notwendigkeit, die Regelanlage vereinfacht zu modellieren.

Verbindung zum Triebstrang aufweisen, sind ausschließlich im Mehrkörpermodell des Triebstrangs zu berücksichtigen. Dazu gehört die Trägheit des Niederdruckrotors, der Zapfwelle und des intermediären Getriebes.

# 4 Modellierung des Triebwerks

## 4.1 Identifiziertes Arbeitspunktmodell des Triebwerks

Da das lineare Arbeitspunktmodell aus [14] als Basis dienen soll, muss zunächst klar sein, welchen Einschränkungen das identifizierte System unterliegt. Ein physikalisches Abbild der Gasturbine, das alle wesentlichen dynamischen Effekte einbezieht, kann durch ein Zustandsraummodell 22. Ordnung erreicht werden. Die eindeutige Identifizierbarkeit der Modellparameter stellt sich bei einem System dieser Größenordnung jedoch als problematisch heraus. Für die Identifizierung fand deshalb ein Ersatzmodell Verwendung, das einzig die dominierenden Zustände beinhaltet [14]. Zu diesen zählt nach [13] neben der kinetischen Energie der Rotoren auch der Wärmeübergang auf die Bauteile und Umgebung des Triebwerks. Die Beschreibung des Wärmeübergangs erfordert die Bestimmung einer Zeitkonstanten unter hohem experimentellen Aufwand. Dieser lag in [14] außerhalb der Möglichkeiten, worauf von einem Wärmemodell abgesehen werden musste. Nach [17] ist eine hinreichend genaue Abbildung ohne Wärmemodell gegeben, solange kleine Änderungen des Brennstoffmassenstroms betrachtet werden. Die Versuche von [14] bestätigen diese Aussage, wodurch alle auf dem Arbeitspunktmodell aufbauenden Modelle dieser Einschränkung unterliegen. Das Arbeitspunktmodell ist nach [14] mit der Gleichung 4.1 im Zustandsraum gegeben.

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{n}_{\text{HR}} \\ \Delta \dot{n}_{\text{NR}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{\text{HR}}} & 0 \\ k_2 & -\frac{1}{\tau_{\text{NR}}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta n_{\text{HR}} \\ \Delta n_{\text{NR}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 \\ k_3 \end{pmatrix} \Delta \dot{m}_{\text{BR}} + \begin{pmatrix} 0 \\ k_4 \end{pmatrix} \Delta M_{\text{B}} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \text{mit: } \Delta \dot{n}_{\text{HR}} &= \dot{n}_{\text{HR}} - \dot{n}_{\text{HR,AP}}; \quad \Delta \dot{n}_{\text{NR}} = \dot{n}_{\text{NR}} - \dot{n}_{\text{NR,AP}}; \quad \Delta M_{\text{B}} = M_{\text{B}} - M_{\text{B,AP}}; \\ \Delta n_{\text{HR}} &= n_{\text{HR}} - n_{\text{HR,AP}}; \quad \Delta n_{\text{NR}} = n_{\text{NR}} - n_{\text{NR,AP}} \end{aligned}$$

Die Eingänge des Zustandsraummodells bestehen aus den beiden Abweichungsgrößen des Brennstoffmassenstroms  $\Delta \dot{m}_{\text{BR}}$  und des Bremsenmoments  $\Delta M_{\text{B}}$ . Während der SysID erfolgte die Vorgabe des Bremsenmomentes mithilfe einer Wirbelstrombremse. Abweichungsgrößen definieren innerhalb eines Arbeitspunktmodells die Abweichung vom Arbeitspunkt und ergeben demnach am Arbeitspunkt null. Die Abweichungsgrößen der Drehzahlen von Hochdruckrotor  $\Delta n_{\text{HR}}$  und Niederdruckrotor  $\Delta n_{\text{NR}}$  bilden die Zustände des Modells. Im Ergebnis liegen die Beschleunigungen der beiden Rotoren, welche den zeitlichen Ableitungen der Drehzahlen  $\Delta \dot{n}_{\text{HR}}$  und  $\Delta \dot{n}_{\text{NR}}$  gleichen. Ausgänge sind in dieser Darstellung nur implizit enthalten, da keine explizite Beschreibung der Ausgangsgleichung vorliegt. In diesem Fall sind

die Zustände des Systems von Interesse, weshalb diese zugleich den Ausgang des Zustandsraummodells bilden. Das System beinhaltet zudem die Koeffizienten  $k_i$  mit  $i = (1,2,3,4)$  und Zeitkonstanten  $\tau_{HR}$  sowie  $\tau_{NR}$ , die für unterschiedliche Lastpunkte des Triebwerks identifiziert sind. Die Koeffizienten können anhand der Gleichungen 4.2 physikalisch interpretiert werden.

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \frac{1}{\tau_{HR}} \cdot \left( \frac{dn_{HR}}{dm_{BR}} \right)_{\xi_{AP}} ; & k_2 &= \frac{\left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{HR}} \right)_{\xi_{AP}}}{\frac{\pi}{30} \cdot J_{NR}} \cdot s_{NR}; \\
 k_3 &= \frac{\left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial \dot{m}_{BR}} \right)_{\xi_{AP}}}{\frac{\pi}{30} \cdot J_{NR}} \cdot s_{NR}; & k_4 &= -\frac{1}{\frac{\pi}{30} \cdot J_{NR}} \cdot s_{NR}; \\
 \tau_{NR} &= \frac{\frac{\pi}{30} \cdot J_{NR}}{\left( k \cdot \frac{M_B}{n_{HR}} \right)_{\xi_{AP}} - \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{NR}} \right)_{\xi_{AP}}} \cdot \frac{1}{s_{NR}}; & \tau_{HR} &= \frac{\frac{\pi}{30} \cdot J_{HR}}{\left( \frac{\partial M_{HV}}{\partial n_{HR}} \right)_{\xi_{AP}} - \left( \frac{\partial M_{HT}}{\partial n_{HR}} \right)_{\xi_{AP}}} \cdot \frac{1}{s_{HR}}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Als Ziel der SysID von [14] sollten unbekannte Zusammenhänge zwischen verschiedenen physikalischen Größen an den Arbeitspunkten  $\xi_{AP}$  durch die Parameter ausgedrückt werden. Zu wichtigen physikalischen Größen, die das Triebwerk beschreiben, gehören beispielsweise das vom Verdichter benötigte Drehmoment  $M_{HV}$ , das von der Hochdruckturbine abgegebene Drehmoment  $M_{HT}$  und das von der Niederdruckturbine abgegebene Drehmoment  $M_{NT}$ . Die Definition der Parameter beinhaltet entsprechend Differentiale, die die Änderung der genannten Drehmomente aufgrund von Änderungen der Eingangs- und Zustandsgrößen beschreiben. Ausnahmen davon sind die Koeffizienten  $k_1$  und  $k_4$ . Parameter  $k_1$  beschreibt – unabhängig der Momente – den Zusammenhang zwischen dem Zustand  $n_{HR}$  und dem Eingang  $\dot{m}_{BR}$ . Der Koeffizient  $k_4$  ist lediglich von der konstanten Trägheit der Niederdruckstufe  $J_{NR}$  abhängig, weshalb  $k_4$  ebenfalls konstant ist. Die Faktoren  $s_{NR}$  und  $s_{HR}$  werden später erklärt und können zunächst ignoriert werden.

Anhand der physikalischen Interpretation zeigt sich bei den meisten identifizierten Parametern eine Abhängigkeit von der Trägheit der Niederdruckstufe  $J_{NR}$ . Dagegen hängt lediglich die Zeitkonstante des Hochdruckrotors von der Trägheit des Hochdruckrotors  $J_{HR}$  ab. Die Trägheit der Niederdruckstufe bildet eine Kombination aus den Trägheiten des Niederdruckrotors, des Getriebes im Triebwerk sowie der Zapfwelle. In der Arbeit von [14] ist zudem die Trägheit der Wirbelstrombremse mit inbegriffen, wodurch sich  $J_{NR} = 2,9 \text{ kgm}^2$  ergibt. Demnach muss die Trägheit der Wirbelstrombremse in den Koeffizienten  $k_2$  bis  $k_4$  und  $\tau_{NR}$  eliminiert werden. Die Trägheit der reinen Niederdruckstufe wird mithilfe der Experimente von [10] auf  $J_{NR} = 0,41 \text{ kgm}^2$  beziffert. Die Angabe beider Trägheiten bezieht sich jeweils auf die Zapfwelle. Da eine Anpassung nicht für alle Koeffizienten erfolgt, sind die übernommenen Werte in Tabelle 4.1 von den angepassten Werten separiert.

$n_{HR}$ (%)	$k_1$ $\left(\frac{\%/s}{g/s}\right)$	$\tau_{HR}$ (s)	$k_2$ (1/s)	$k_3$ $\left(\frac{\%/s}{g/s}\right)$	$\tau_{NR,0}$ (s)	$k_4$ $\left(\frac{\%/s}{Nm}\right)$
96,8	1,642	0,586	4,145	3,480	0,836	
94,9	1,736	0,606	-	-	-	
92,4	1,762	0,589	-	-	-	
91,7	-	-	4,477	3,112	0,807	
89,1	1,852	0,661	-	-	-	
88,5	-	-	4,293	3,020	1,187	
87,3	-	-	-	-	-	
86	1,886	0,773	-	-	-	
85,4	-	-	3,940	2,872	1,281	
83,2	-	-	-	-	-	-0,387
82,7	-	-	-	-	-	
82,5	-	-	3,282	2,751	1,189	
81,3	1,926	0,911	-	-	-	
76,4	1,908	1,111	-	-	-	
76,3	-	-	-	-	-	
75,1	-	-	2,476	2,164	1,320	
73,7	-	-	-	-	-	
73	1,898	1,29	-	-	-	
70	-	-	1,500	2,143	1,630	
69,7	-	-	-	-	-	
67,6	-	-	-	-	-	

**Tabelle 4.1:** Ergebnis der Parameteridentifizierung von [14] nach der Eliminierung der Bremsenträgheit

Die Zeitkonstante  $\tau_{NR,0}$  hat im Index den Zusatz null erhalten, damit zum Ausdruck kommt, für welchen Kennfeldexponenten  $k$  die Zeitkonstante bestimmt ist. Infolge der aerodynamischen Widerstandskräfte besteht eine Abhängigkeit zwischen dem Lastmoment und der Rotordrehzahl. Während der Lastvorgaben der Parameteridentifikation berücksichtigte ein Potenzansatz diesen Zusammenhang, mit  $k = (0,1,2)$  als Exponenten [14]. Das Drehmoment soll im Rahmen der Schnittstelle nicht vorgegeben werden, sondern aus dem Triebwerksmodell hervorgehen. Eine Belastung des Triebwerks erfolgt anschließend über gekoppelte Struktur- und Aerodynamik-Modelle, in denen die Abhängigkeit des Antriebsmomentes von der Drehzahl bereits berücksichtigt wird. Für das angestrebte Triebwerksmodell ist somit die Verwendung der Zeitkonstanten naheliegend, die mit dem Kennfeldexponenten  $k = 0$  ermittelt wurde. Mit einem Kennfeldexponenten gleich null entspricht das Lastmoment direkt dem Moment der Wirbelstrombremse aus [14].

Unter Betrachtung der Einheiten fällt ein Unterschied zwischen der physikalischen Interpretation (Gleichungen 4.2) und der Identifikation von [14] (Tabelle 4.1) auf. Nach der festgelegten Konvention wird sowohl die Drehzahl der Hochdruckstufe als auch die der Niederdruckstufe relativ zur Drehzahl  $n_{NR,100} = 6015,84 \text{ 1/min}$  bzw.  $n_{HR,100} = 50970 \text{ 1/min}$  in Prozent angegeben. Die Überprüfung der Einheiten führt unter der getroffenen Vereinbarung – ohne Beachtung der Faktoren  $s_{NR}$  und  $s_{HR}$  – jedoch nicht zu den angegebenen Einheiten der identifizierten Parameter aus [14] (s. Gleichung 4.2). Beispielsweise ergibt die Prüfung des Koeffizienten  $k_2$  mit den Gleichungen 4.2 die Einheit  $1/(s^2 \cdot \%)$ . Dagegen ist in der Tabelle für  $k_2$  als Einheit  $1/s$  vermerkt. Um die Gleichungen als physikalische Interpretation der Para-

meter im Rahmen der Konvention nutzen zu können, muss demnach eine Korrektur erfolgen. Diese besteht aus den beiden Faktoren  $s_{NR}$  sowie  $s_{HR}$ , die bereits in den Gleichungen 4.2 integriert und über die Gleichungen 4.3 definiert sind.

$$s_{NR} = \frac{100}{n_{NR,100}} \% ; \quad s_{HR} = \frac{100}{n_{HR,100}} \% \quad (4.3)$$

Die Definition der Korrekturfaktoren ist aus dem Bezug zwischen den physikalischen und relativen Drehzahlen des Hoch- bzw. Niederdruckrotors abgeleitet. Von der Korrektur ausgenommen ist lediglich Koeffizient  $k_1$ , dessen physikalische Beschreibung zur Einheit in Tabelle 4.1 passt. Eine Korrektur der Gleichungen 4.2 hat nur dann einen Einfluss, wenn die Gleichungen zur Berechnung weiterer Größen herangezogen werden. Das Arbeitspunktmodell ist z.B. nicht betroffen, da die identifizierten Parameter direkt aus der Tabelle Verwendung finden.

## 4.2 Schnittstellenmodifikation des Arbeitspunktmodells

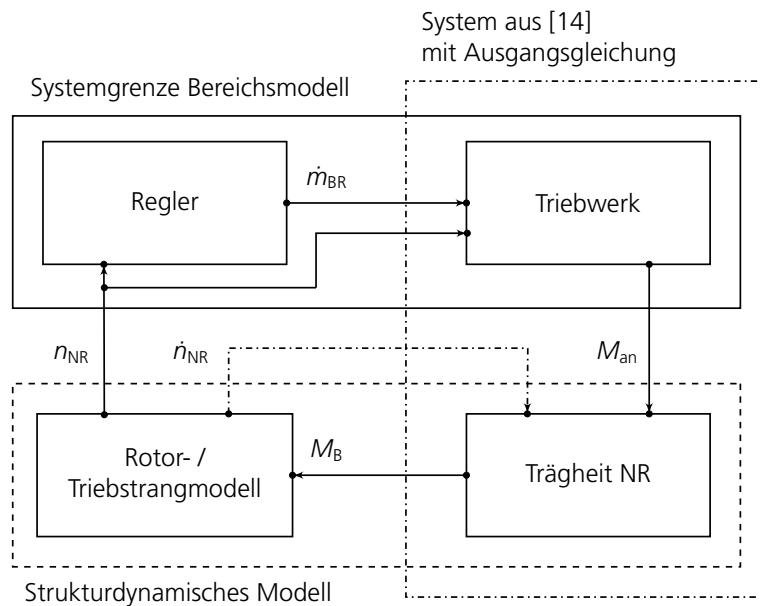
Die Modellierung des nichtlinearen Triebwerksmodells baut auf dem identifizierten Arbeitspunktmodell aus [14] auf. Da sich die Ein- und Ausgänge dieses Modells jedoch von den Forderungen an die nichtlineare Modellierung unterscheiden, muss das vorhandene System 4.1 zweckmäßig angepasst werden. Eine dienliche Vorgehensweise dazu wird in [11] beschrieben und im Folgenden angewendet.

Die Simulationsschnittstelle des geregelten Modells fordert die Drehzahl des Niederdruckrotors  $n_{NR}$  als Eingang sowie das Antriebsmoment  $M_{an}$  als Ausgang. Durch Umstellen des unteren Teils der Systemgleichung 4.1 entsteht Gleichung 4.4, die eine Beschreibung des Bremsenmoments  $M_B$  ist. Aufgrund des Kräftegleichgewichts, muss das Bremsenmoment gleich dem von der Gasturbine gelieferten Antriebsmoment sein. Gleichung 4.4 gibt also gleichzeitig den Ausgang eines neuen Systems wieder.

$$\Delta M_B = \frac{1}{k_4} \left( \Delta \dot{n}_{HR} - k_2 \cdot \Delta n_{HR} - k_3 \cdot \Delta \dot{n}_{BR} + \frac{1}{\tau_{NR}} \cdot \Delta n_{NR} \right) \quad (4.4)$$

Eine weitere Forderung ist die Berücksichtigung aller Trägheiten, die direkt mit dem Triebstrang gekoppelt sind, im Mehrkörpermodell des Rotor-Triebstrang-Systems. Diese Forderung beruht auf der möglichen Erzeugung von algebraischen Schleifen im SIMULINK-Modell. Algebraische Schleifen entstehen, wenn ein geschlossener Regelkreis Übertragungsfunktionen mit direktem Durchgang des Eingangs enthält. Sie wirken sich negativ auf die Stabilität der Simulation aus. Die Rechenzeit wird erhöht oder die Lösung wird gänzlich verhindert [20].

Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, ist der Niederdruckrotor der Allison 250 mechanisch mit dem Triebstrang verbunden. Im Gegensatz dazu weist der Hochdruckrotor lediglich zu Hilfsgeräten (z.B. der Hauptregleinheit) eine mechanische Verbindung auf. Die Kopplung von Hoch- und Niederdruckrotor erfolgt ausschließlich thermodynamisch. Um die zuvor genannte Forderung zu erfüllen, muss folglich die Trägheit des Niederdruckrotors  $J_{NR}$  im Modell eliminiert werden. Das Blockschaltbild in Abbildung 4.1 soll die Situation veranschaulichen.



**Abbildung 4.1:** Darstellung der angestrebten Systemgrenze des Bereichsmodells

Die als Strichpunkt-Linie dargestellte Systemgrenze umschließt das System aus [14] mit der zuvor formulierten Ausgangsgleichung. Zwar bildet ein Antriebsmoment (hier  $M_B$ ) den Ausgang des Modells, es hängt jedoch von der Trägheit des Niederdruckrotors in Verbindung mit dessen Beschleunigung ab. Durch die mechanische Kopplung hat auch die Trägheit des Rotor-Triebstrang-Systems einen Einfluss auf die Beschleunigung des Niederdruckrotors. Die Beschleunigung muss demnach aus dem Rotor-Triebstrang-Modell zur Berechnung von  $M_B$  im Triebwerksmodell zurückgeführt werden. Wird die Beschleunigung innerhalb von SIMULINK berechnet, bildet die Rückführung eine algebraische Schleife, die zu vermeiden ist.

Die durchgezogene Systemgrenze gibt die Forderung der Simulationsschnittstelle sowie den Rahmen des geregelten Bereichsmodells wieder. Durch die Regelung wird die Forderung nach nur einem Eingang erfüllt, wobei die Eliminierung des Trägheitsterms die Einhaltung des geforderten Ausgangs ermöglicht. Der Ausgang besteht nun aus dem Antriebsmoment  $M_{an}$ , das nicht unter dem Einfluss von  $J_{NR}$  und der Rotorbeschleunigung steht. Alle Trägheiten des Hubschraubertriebstrangs können so im Mehrkörpermodell berücksichtigt werden. Die Wirkung der eliminierten Größe kommt erst wieder im Mehrkörpermodell (symbolisiert durch den gestrichelten Rahmen) zum Tragen. Die Trägheit des Hochdruckrotors ist weiterhin im Triebwerksmodell enthalten.



Um die Trägheit der Niederdruckstufe in Gleichung 4.4 zu eliminieren, werden die Gleichungen 4.2 eingesetzt. Daraus resultiert Gleichung 4.5, in der  $J_{NR}$  allein im Beschleunigungsterm des Niederdruckrotors auftritt.

$$\begin{aligned} \Delta M_B = & - \Delta \dot{n}_{NR} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{NR}}{s_{NR}} + \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{HR}} \right)_{\xi_{AP}} \cdot \Delta n_{HR} \\ & + \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial \dot{m}_{BR}} \right)_{\xi_{AP}} \cdot \Delta \dot{m}_{BR} - \left( \left( k \frac{M_B}{n_{NR}} \right)_{\xi_{AP}} - \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{NR}} \right)_{\xi_{AP}} \right) \cdot \Delta n_{NR} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Da die Trägheit des Niederdruckrotors in das Mehrkörpermodell verschoben wird, muss der Beschleunigungsterm aus Gleichung 4.5 getilgt werden. Die Umbenennung des bisherigen Ausgangs  $\Delta M_B$  zu  $\Delta M_{an}$  soll dabei indizieren, dass die Berechnung vom Antriebsmoment ohne Beschleunigungsterm erfolgt. Abschließend gilt es, die nun auftretenden Derivative zu beschreiben. Sie sind durch das Einsetzen der Gleichungen 4.2 eingeflossen und können mithilfe der selben Gleichungen bestimmt werden. Das Umformulieren der Gleichungen 4.2 ergibt die Gleichungen 4.6, welche die gesuchten Derivative in Abhängigkeit der Koeffizienten definieren.

$$\begin{aligned} Y_{n_{HR}} &= \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{HR}} \right)_{\xi_{AP}} = k_2 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot J_{NR} \cdot \frac{1}{s_{NR}}; \\ Y_{\dot{m}_{BR}} &= \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial \dot{m}_{BR}} \right)_{\xi_{AP}} = k_3 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot J_{NR} \cdot \frac{1}{s_{NR}}; \\ Y_{n_{NR}} &= \left( k \frac{M_B}{n_{NR}} \right)_{\xi_{AP}} - \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{NR}} \right)_{\xi_{AP}} = \frac{1}{\tau_{NR}} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot J_{NR} \cdot \frac{1}{s_{NR}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Wie in Abschnitt 4.1 ausgeführt, liegen die identifizierten Koeffizienten vor und können aus Tabelle 4.1 entnommen werden. Aus dem Abschnitt geht für das Triebwerksmodell ebenfalls hervor, dass der Kennfeldexponent  $k$  gleich null ist. Ungeachtet davon gibt Gleichung 4.6 die allgemeine Form zur Berechnung von  $Y_{n_{NR}}$  an. Die Benennung der Derivative mit  $Y$  weist auf die Zugehörigkeit zur Ausgangsgleichung hin, wobei sich die Indizes auf die jeweils unabhängigen Variablen beziehen. Tabelle 4.2 beinhaltet die Werte der Derivative, wie sie in

$n_{HR}$ (%)	$Y_{n_{HR}}$ $\left(\frac{Nm}{\%}\right)$	$Y_{\dot{m}_{BR}}$ $\left(\frac{Nm}{g/s}\right)$	$Y_{n_{NR}}$ $\left(\frac{Nm}{\%}\right)$
96,8	10,706	8,989	3,091
91,7	11,565	8,039	3,200
88,5	11,090	7,801	2,176
85,4	10,176	7,417	2,016
82,5	8,477	7,107	2,172
75,1	6,394	5,590	1,957
70	3,873	5,536	1,585

**Tabelle 4.2:** Derivative des modifizierten Modells

den folgenden Modellen Verwendung finden. Nach diesen Modifikationen wird das Arbeitspunktmodell durch Gleichung 4.7 beschrieben.

$$\Delta \dot{n}_{HR} = \left[ -\frac{1}{\tau_{HR}} \right] \Delta n_{HR} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \dot{m}_{BR} \\ \Delta n_{NR} \end{pmatrix}; \quad (4.7)$$

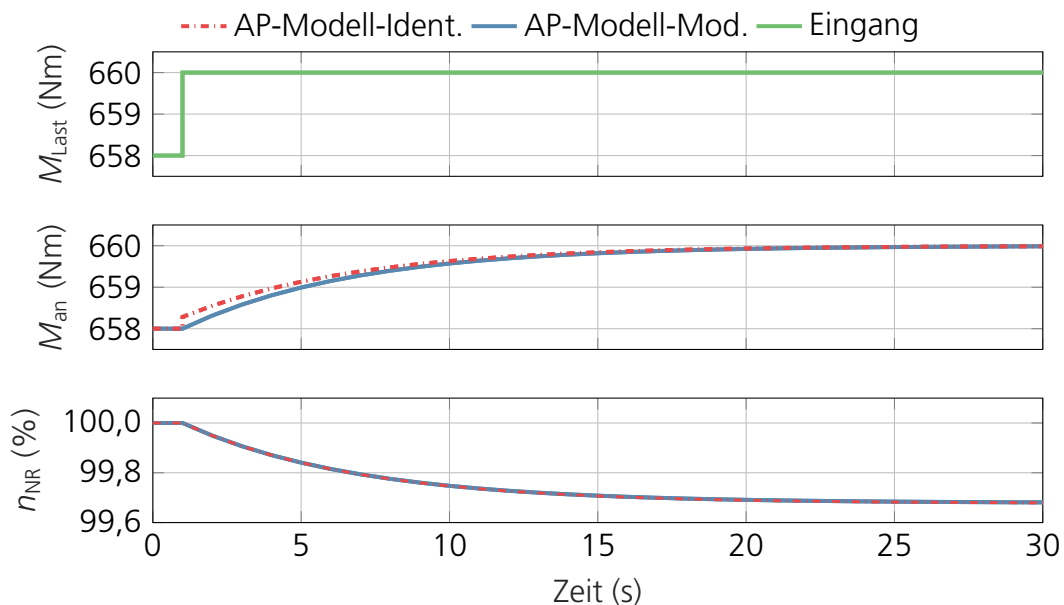
$$\Delta M_{an} = [Y_{n_{HR}}] \Delta n_{HR} + \begin{bmatrix} Y_{\dot{m}_{BR}} & -Y_{n_{NR}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \dot{m}_{BR} \\ \Delta n_{NR} \end{pmatrix}$$

Durch die Schnittstellenmodifikation entsteht ein System, das die geforderten Ein- und Ausgänge sowie die Charakteristik des ursprünglichen Arbeitspunktmodells von [14] besitzt. Werden die Antworten der beiden Modelle bei einem Sprung im Mastmoment gegenübergestellt, ist demnach ein gleiches Verhalten zu erwarten. Da die NR-Drehzahl zur Charakterisierung der Systeme – bei einem Sprung im Brennstoffmassenstrom – konstant gehalten wird, eignet sich diese Anregung nicht zum Plausibilisieren des modifizierten Systems. Mögliche Unterschiede, die infolge einer Eliminierung der Trägheit auftreten könnten, blieben mit konstanter NR-Drehzahl verborgen.

Ein Sprung des Mastmoments erfordert die Erweiterung des Triebwerksmodells um ein Lastmodell, das aus einem Lastmoment und der Trägheit des Triebstrangs besteht. Die detaillierte Beschreibung des Lastmodells findet in Abschnitt 5.3 statt. Im Vorgriff auf weitere Untersuchungen entspricht die verwendete Triebstrangträgheit  $J_{TS}$  einer Zusammenfassung der wichtigsten Trägheiten des Triebstrangs der Bo 105. Darin sind die Trägheiten des Hauptrotors  $J_{RE}$ , der Getriebewellen  $J_G$  und des Heckrotors  $J_{HE}$  enthalten. Die Trägheit der Getriebewellen beinhaltet bereits einige Hilfsaggregate wie z.B. das Gebläse der Getriebekühlung. Eine genauere Auflistung sowie die Quantifizierung der einzelnen Trägheiten findet sich in [23]. Neben diesen Bestandteilen muss die eliminierte Trägheit der Niederdruckstufe, im Fall des modifizierten Arbeitspunktmodells, zu  $J_{TS}$  hinzugefügt werden.

Die Angabe der Triebstrangträgheit bezieht sich im Lastmodell auf die Winkelgeschwindigkeit der Zapfwelle einer Niederdruckstufe. Da der Antrieb des Hubschraubertriebstrangs durch zwei Gasturbinen erfolgt, ist sowohl die Trägheit der Niederdruckstufe als auch das Antriebsmoment zu verdoppeln. Somit wird ein realistisches Verhalten bei Lastsprüngen erreicht und die eliminierte Trägheit beider Triebwerke ausgeglichen. Auf Abbildung 4.2 erklärt das zudem die für den gewählten Arbeitspunkt hohen Antriebsmomente (vgl. mit Tabelle 2.1).

Mit der Differenz aus Antriebs- und Lastmoment kann die ermittelte Gesamtträgheit zur Berechnung der NR-Drehzahl herangezogen werden. Anschließend erfolgt die Rückführung der Drehzahl zum Eingang des Modells. Der Brennstoffmassenstrom bleibt während der Simulation des Lastsprungs konstant auf dem initialisierten Wert, sodass die Hochdruckrotordrehzahl ebenfalls keiner Änderung unterliegt. Die aus dem beschriebenen Vorgehen erhaltenen Sprungantworten der Niederdruckrotordrehzahl und des Antriebsmoments werden in Abbildung 4.2 verglichen.



**Abbildung 4.2:** Verhalten des Arbeitspunktmodells vor und nach der Schnittstellenmodifikation

Eine Darstellung der konstanten Größen (hier  $\dot{m}_{BR}$  und  $n_{HR}$ ) erfolgt nicht. Erwartungsgemäß stimmen die Verläufe der Niederdruckrotordrehzahlen überein, wogegen sich die Antriebsmomente erkennbar voneinander unterscheiden. Das ist auf die Verschiebung der Systemgrenze zurückzuführen, die den Ausgang an einer anderen Stelle betrachtet. Der Wirkungsplan in Abbildung 4.1 veranschaulicht den Sachverhalt. Mit  $M_B$  als Ausgang des ursprünglichen Arbeitspunktmodells wirkt eine Laständerung direkt auf das betrachtete Moment. Dafür ist der Trägheitsterm aus Gleichung 4.5 verantwortlich, der einen Anstieg des Antriebsmomentes während einer negativen Beschleunigung des Niederdruckrotors beschreibt. Da der Trägheitsterm im modifizierten Modell eliminiert ist, wirkt die sprunghafte Verzögerung nicht unmittelbar auf das Antriebsmoment. Entsprechend wird in der Sprungantwort des Antriebsmomentes nur der allmähliche Anstieg beobachtet, dessen Ursache in der abfallenden Niederdruckrotordrehzahl liegt. Eine Rückkopplung über die Beschleunigung der Nieder-

druckstufe findet nach wie vor statt, jedoch können ihre Auswirkungen nicht im Ausgang des modifizierten Modells beobachtet werden. Erst ein geeigneter Schnitt durch das strukturdynamische Modell offenbart den Sprung des Antriebsmoments erneut. Das Gesamtsystem hat sich demnach nicht verändert.

### 4.3 Erstellen des quasi-nichtlinearen Bereichsmodells

Im Folgenden werden die allgemeinen Vorschriften zum Erstellen eines quasi-nichtlinearen Bereichsmodells von Abschnitt 2.3 auf das modifizierte Arbeitspunktmodell aus Abschnitt 4.2 angewendet. Ziel ist es, ein Zustandsraummodell in der Form von Gleichung 4.8 zu erhalten. Dazu ist es zweckmäßig, die drei Schritte aus Abschnitt 2.3 zu befolgen, wobei der erste Schritt (Wiederherstellung nichtlinearer Zusammenhänge) entfällt.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(\xi_f)\Delta\mathbf{x}_{\xi,f} + \mathbf{B}(\xi_f)\Delta\mathbf{u}_\xi \\ \Delta\mathbf{y}_\xi &= \mathbf{C}(\xi_f)\Delta\mathbf{x}_{\xi,f} + \mathbf{D}(\xi_f)\Delta\mathbf{u}_\xi\end{aligned}\tag{4.8}$$

$$\text{mit } \Delta\mathbf{x}_{\xi,f} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_T(\xi_f); \quad \Delta\mathbf{y}_\xi = \mathbf{y} - \mathbf{y}_T(\xi); \quad \Delta\mathbf{u}_\xi = \mathbf{u} - \mathbf{u}_T(\xi)$$

Realistisch betrachtet wird das Verhalten des Triebwerks durchaus von weiteren Nichtlinearitäten geprägt. Diese sind jedoch unbekannt, da keine Identifikation durch [14] stattgefunden hat. Dementsprechend bleiben in den Gleichungen 2.5 alle Terme unberücksichtigt, die  $\mathbf{f}$  enthalten. Wie die Gleichungen 4.9 verdeutlichen, sind die residualen Matrizen  $\mathbf{B}(\xi_{AP})$  und  $\mathbf{D}(\xi_{AP})$  hiermit bereits bestimmt. Sie werden anschließend zur Berechnung von  $\mathbf{A}(\xi_{AP})$  sowie  $\mathbf{C}(\xi_{AP})$  herangezogen.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \mathbf{A}_{\xi,AP} + \left( \mathbf{B}(\xi_{AP}) \frac{\partial \mathbf{u}_T}{\partial \mathbf{x}} \right) \bigg|_{\xi,AP} \\ \mathbf{B}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \mathbf{B}_{\xi,AP} \\ \mathbf{C}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \mathbf{C}_{\xi,AP} + \left( \mathbf{D}(\xi_{AP}) \frac{\partial \mathbf{u}_T}{\partial \mathbf{x}} \right) \bigg|_{\xi,AP} \\ \mathbf{D}(\xi_f = \xi_{AP}) &= \mathbf{D}_{\xi,AP}\end{aligned}\tag{4.9}$$

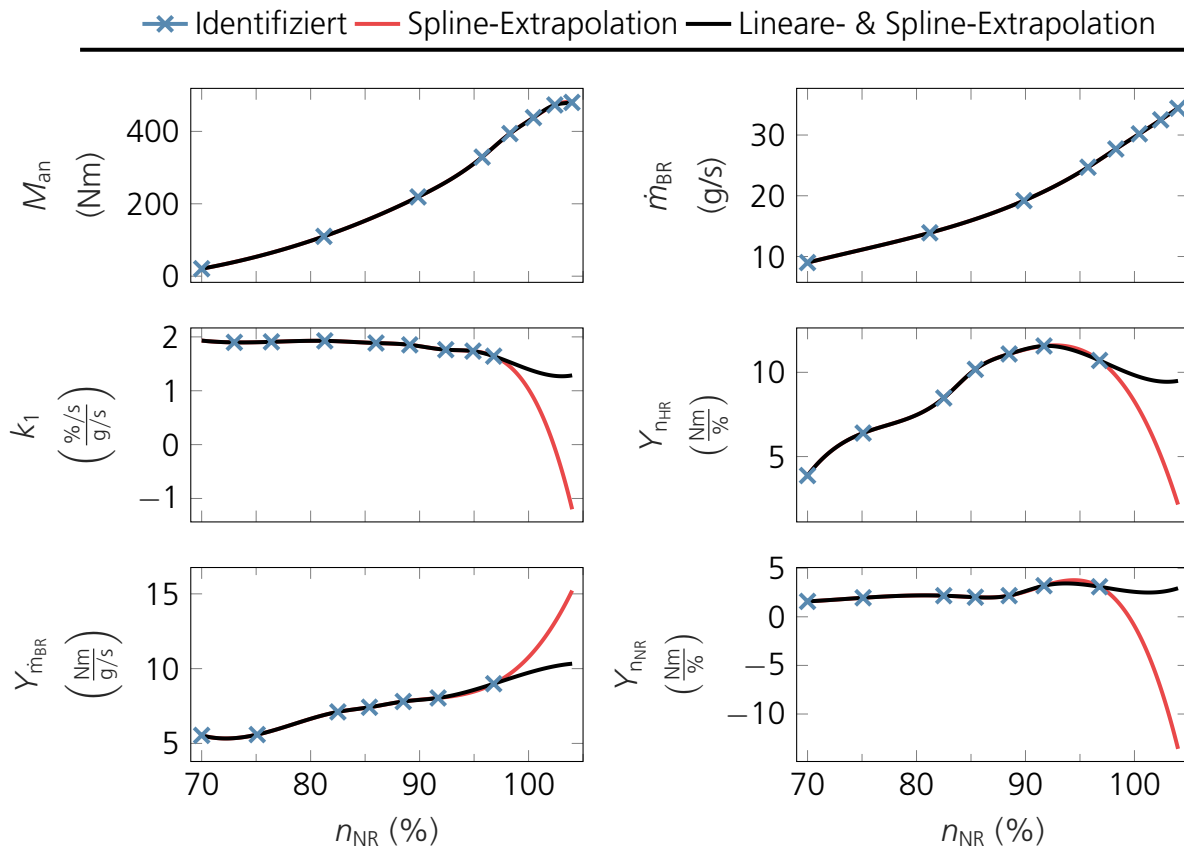
Der zweite Schritt beinhaltet die Definition der Variablen  $\xi$  sowie die Approximation des getrimmten Steuervektors  $u_T$  in Abhängigkeit von  $\xi$ . Voraussetzung für die Wahl von  $\xi$  ist, dass jeder Arbeitspunkt durch den Parameter definiert ist und er eine Funktion der Zustände eines Systems  $\xi(\mathbf{x})$  darstellt [9]. Da das modifizierte Arbeitspunktmodell lediglich einen Zustand enthält, der nach [14] zudem den Grad der Drosselung beschreibt, bietet er sich unverändert als beschreibender Parameter an. Entsprechend wird der Parameter  $\xi$  gleich der Hochdruckrotordrehzahl gesetzt (Gleichung 4.10). Im Bereichsmodell kann der Trimm des Zustandes  $\mathbf{x}_T$  aufgrund eines gefilterten Parameters  $\xi_f$  erfolgen, wobei die Notwendigkeit einer Filterung am Ende des Kapitels diskutiert wird.

$$\xi = \mathbf{x} = n_{HR}; \quad \mathbf{u}_T(\xi) = \begin{pmatrix} \dot{m}_{BR,T}(\xi) \\ n_{NR,T}(\xi) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Für die festgelegten Ein- und Ausgangsgrößen  $\dot{m}_{BR}$ ,  $n_{NR}$  sowie  $M_{an}$  sind die so genannten Trimmkurven zu ermitteln. Ähnlich wie im Arbeitspunktmodell wird damit ein Gleichgewichtszustand erreicht, den das Triebwerk im stationären Betrieb annimmt. Der Unterschied zum Arbeitspunktmodell ist jedoch die Nachführung des Gleichgewichtes (Trimms) anhand des Parameters  $\xi$  bzw. der Drehzahl des Hochdruckrotors. Zusammen mit der Hochdruckrotordrehzahl nähern sich die Trimmgrößen also den Werten an, die für ein Gleichgewicht am gewählten Betriebspunkt notwendig sind. Um die Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Nachführung zu gewährleisten, werden die Verläufe zwischen den identifizierten Arbeitspunkten aus Tabelle 2.1 mithilfe kubischer Splines interpoliert. So kann eine Anregung der Eigendynamik des Modells infolge unstetigen Verhaltens der Trimmgrößen vermieden werden. Abbildung 4.3 zeigt dazu das Ergebnis der Interpolation entlang der Hochdruckrotordrehzahl in Schwarz. Die blauen Markierungen symbolisieren bekannte Stützstellen der Größen. Neben den Trimmgrößen sind auch die Koeffizienten aus den residualen Matrizen dargestellt, die im nächsten Schritt betrachtet werden.

Die Berechnung der residualen Matrizen ist Teil des dritten Schritts. Durch das Wegfallen des ersten Schrittes sind zwei der Matrizen bereits definiert. Wird die Formulierung für  $\mathbf{A}(\xi_{AP})$  und  $\mathbf{C}(\xi_{AP})$  aus den Gleichungen 4.9 weiter ausgeführt, entstehen die Gleichungen 4.11.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\xi_{AP}) &= \left[ -\frac{1}{\tau_{HR}} \right] + \left[ \frac{1}{\tau_{HR}} \overbrace{\left( \frac{dn_{HR}}{d\dot{m}_{BR}} \right)_{\xi,AP}}^{=1} \cdot \left( \frac{\partial \dot{m}_{BR}}{\partial x} \right) \right] \\ \mathbf{C}(\xi_{AP}) &= \left[ \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{HR}} \right] \\ &\quad + \underbrace{\left[ \frac{\partial M_{NT}}{\partial \dot{m}_{BR}} \cdot \frac{\partial \dot{m}_{BR}}{\partial x} + \left( \left( k \frac{M_B}{n_{NR}} \right)_{\xi,AP} - \left( \frac{\partial M_{NT}}{\partial n_{NR}} \right)_{\xi,AP} \right) \cdot \frac{\partial n_{NR}}{\partial x} \right]}_{=0} \end{aligned} \quad (4.11)$$


**Abbildung 4.3:** Interpolation der Trimmgrößen und Matrixkoeffizienten

Unter Berücksichtigung von  $x = n_{HR}$  gilt für das Bereichsmodell an den Arbeitspunkten  $\mathbf{A}(\xi_{AP}) = 0$  und  $\mathbf{C}(\xi_{AP}) = \mathbf{Y}_{n_{HR}}$  für  $k = 0$ . Wie bereits bei den Trimmgrößen des Ein- und Ausgangs, werden die Verläufe der residualen Matrizen zwischen den Arbeitspunkten mittels kubischer Splines interpoliert. Das Ergebnis der Interpolation ist in Abbildung 4.3 für jeden Koeffizienten der Matrizen dargestellt. Aus den Varianten der Interpolation in Abschnitt 2.3 wird hier die direkte Interpolation gewählt. Im Fall ausbleibender Filterung nehmen die residualen Matrizen  $\mathbf{A}(\xi_f)$  und  $\mathbf{C}(\xi_f)$  keinen Einfluss auf das Bereichsmodell. Weiterhin entspricht  $\mathbf{B}(\xi_f)$  und  $\mathbf{D}(\xi_f)$  der Eingangs- bzw. Durchgangsmatrix des Arbeitspunktmodells (s. Gleichungen 4.9). Demnach wirkt sich die Wahl der Interpolationsmethode nicht auf die Qualität des Bereichsmodells aus.

Da die Derivative lediglich bis zum Lastpunkt 96,8 % identifiziert sind, müssen die Werte darüber liegender Lastpunkte extrapoliert werden. Das Ergebnis einer Extrapolation mittels kubischer Splines ist in Abbildung 4.3 durch die jeweils roten Verläufe erkennbar. Das Fehlen von Stützstellen führt im oberen Lastbereich bei vielen Koeffizienten zu einer starken Divergenz gegenüber den sonst üblichen Werten. Zur Lösung dieses Problems erfolgt die lineare Extrapolation des höchsten Lastpunktes bei 104 % HR-Drehzahl vor der Spline-Interpolation. Im Ergebnis liegen die schwarzen Verläufe der Matrixkoeffizienten vor, die innerhalb der weiteren Modellierung verwendet werden.

Nachdem alle drei Schritte abgehandelt und deren Ergebnisse in Gleichung 4.8 eingearbeitet sind, ist das quasi-nichtlineare Zustandsraummodell der Allison Gasturbine mit Gleichung 4.12 gegeben.

$$(\dot{n}_{HR}) = [0] (\Delta n_{HR,\xi_f}) + [k_1(\xi_f) \ 0] \begin{pmatrix} \Delta \dot{m}_{BR,\xi} \\ \Delta n_{NR,\xi} \end{pmatrix}; \quad (4.12)$$

$$(\Delta M_{an,\xi}) = [Y_{n_{HR}}(\xi_f)] (\Delta n_{HR,\xi_f}) + [Y_{\dot{m}_{BR}}(\xi_f) \ -Y_{n_{NR}}(\xi_f)] \begin{pmatrix} \Delta \dot{m}_{BR,\xi} \\ \Delta n_{NR,\xi} \end{pmatrix}$$

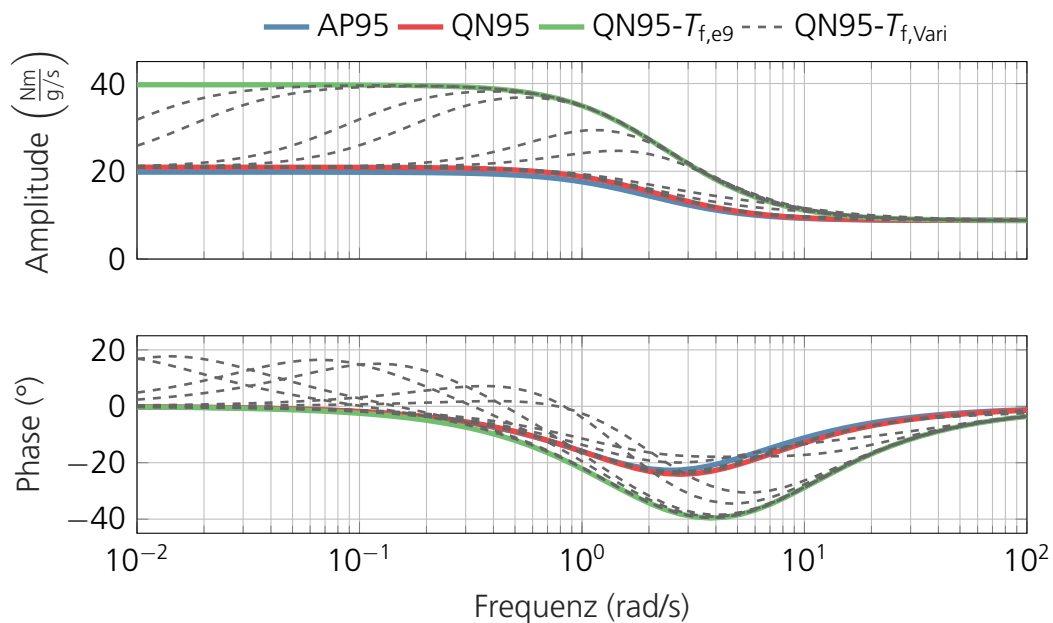
Auffällig ist die Systemmatrix mit lediglich einem Element, das durch Bilden der residualen Matrizen gleich null ist. Das Verhalten eines Zustandsraummodells wird hauptsächlich durch die Systemmatrix geprägt, weshalb diese auch Dynamikmatrix genannt wird. Die Auslöschung der Matrix muss mit einer Verlagerung der Dynamik innerhalb des Systems einhergehen, um die Charakteristik zu erhalten. Das Nachführen des Trimm  $u_T(\xi)$  im Steuervektor ist als Ursache für die Prägung der Systemcharakteristik naheliegend. Der Beleg dieser Vermutung geht aus den ausführlichen Betrachtungen von [9, 21, 27] hervor.

Es bleibt noch zu klären, ob eine Filterung des beschreibenden Parameters  $\xi$  notwendig ist. Eine Empfehlung von [9] sieht die Einstellung der Filterzeitkonstanten  $T_f$  mithilfe von Versuchsdaten vor. In diesem Fall wird das Verhalten des Bereichsmodells – in Abhängigkeit der Filterzeitkonstanten – mit dem Verhalten des Arbeitspunktmodells im Frequenzbereich verglichen. Abbildung 4.4 zeigt dazu die grau gestrichelten Frequenzlinien des Bereichsmodells mit verschiedenen Filterzeitkonstanten. Zudem sind besondere Frequenzlinien farblich herausgestellt. Beispielsweise ist die Kennlinie ohne Filterung in Rot und die mit einer sehr groß gewählten Filterzeitkonstanten ( $T_f = 1 \cdot 10^9$  s) in Grün visualisiert. Als Referenz dient die blaue Frequenzlinie des Arbeitspunktmodells. Die gesamte Frequenzanalyse erfolgt am Arbeitspunkt 95,74 %.

Offensichtlich wird ein gleichartiges Verhalten am ehesten erreicht, wenn der Parameter  $\xi$  ohne Tiefpassfilterung verbleibt. Infolge dessen ist im Bereichsmodell von der Filterung abzusehen, sodass Gleichung 4.13 den Trimm der Zustandsgröße wiedergibt.

$$\xi_f = \xi; \quad \mathbf{x}_T(\xi_f) = \mathbf{x}_T(\xi) = n_{HR}; \quad (4.13)$$

Weiterhin muss ohne Filterung eine Prüfung erfolgen, ob die Annahmen zur Berechnung der residualen Matrizen verletzt werden. Aktuell werden die Matrizen unter der Annahme einer Filterzeitkonstanten berechnet, die gegenüber den Triebwerkszeitkonstanten sehr groß ist. Aufgrund dessen kommt es in Gleichung 2.5 zur Vernachlässigung der instantanen Matrix  $\mathbf{J}_x$ . Im Fall der residualen Systemmatrix  $\mathbf{A}(\xi_{AP})$  wird die inverse instantane Matrix lediglich mit null multipliziert, sodass sie keine Auswirkungen auf die Dynamik des Systems hat. Demnach ist die Vernachlässigung der Matrix – ungeachtet der ausbleibenden Filterung – erlaubt und die Annahme nicht verletzt. Da der Zustand des Modells und dessen Trimm ohne Filterung



**Abbildung 4.4:** Einfluss der Filterzeitkonstanten auf das dynamische Verhalten an AP 95,74 %

stets gleich ist, wird auch die Abweichungsgröße des getrimmten Zustands null. Somit ist ein Einfluss auf das Bereichsmodell durch die residuale Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}(\xi_{AP})$  ebenfalls nicht gegeben. Vergleichbares kann am Beispiel Pendel aus [9] beobachtet werden. Dort ist der Effekt damit begründet, dass die quasi-nichtlineare Beschreibung bereits der nichtlinearen Beschreibung entspricht. Eine Filterung hätte demnach die Veränderung des Systems zur Folge.<sup>1</sup>

## 4.4 Verifikation des quasi-nichtlinearen Modellverhaltens

Das Bereichsmodell soll das reale Triebwerk sowohl stationär als auch dynamisch repräsentieren. Entsprechend muss die Verifikation beider Eigenschaften erfolgen.

### 4.4.1 Verifikation des stationären Modellverhaltens

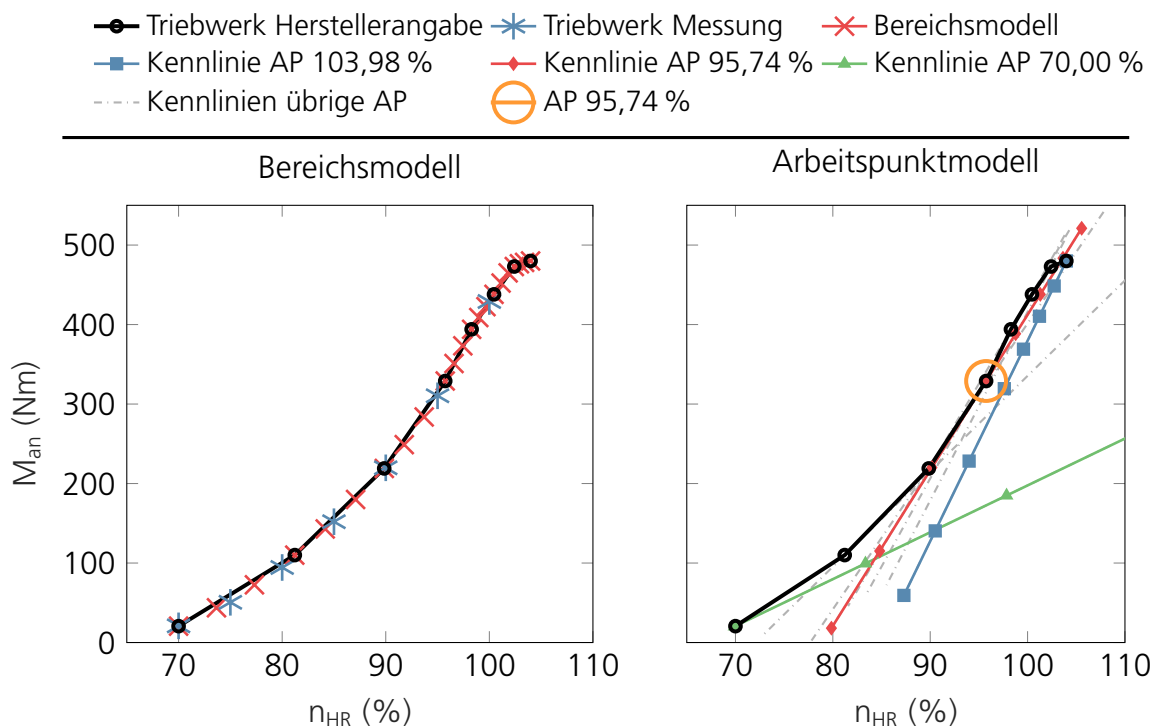
Nach der Initialisierung an einem beliebigen Lastpunkt werden die einzelnen Arbeitspunkte zur stationären Verifikation angesteuert. Das geschieht durch die Vorgabe des Brennstoffmassenstroms bei konstanter Niederdruckstufendrehzahl. Um auch zwischen den von [14]

<sup>1</sup>Die Filterung führt beim Beispiel Pendel zur verzögerten Berechnung der Dämpfungskonstanten, worauf die Amplituden im Zeitbereich größer ausfallen als beim nichtlinearen Modell.



identifizierten Arbeitspunkten einen plausiblen Verlauf der stationären Kennlinie zu gewährleisten, werden dort zusätzlich je zwei Lastpunkte betrachtet. Die stationären Antriebsmomente des Modells können daraufhin mit dem Kennfeld verglichen werden.

Abbildung 4.5 zeigt auf der linken Seite das Ergebnis der Untersuchung. Der schwarze Graph stellt die vom Hersteller gegebenen Arbeitspunkte dar, wobei dazwischen ein linearer Verlauf angenommen wird. Rote Markierungen repräsentieren die vom Bereichsmodell gelieferte Kennlinie, während von [14] gemessene Betriebspunkte in Form blauer Sterne eingezeichnet sind. Die Abbildung der Betriebslinie wird durch das Bereichsmodell erreicht und passt gut zu den Messungen. Im Hinblick auf das Bereichsmodell (Gleichung 4.12) erklärt sich der Grund für die exakte Übereinstimmung mit der Betriebslinie aus der Spline-Interpolation. Sobald das System einen Gleichgewichtszustand durch die Nachführung der Trimmgrößen erreicht, entsprechen diese den Eingangsgrößen. Der Beitrag zum Ausgang erfolgt daraufhin ausschließlich durch das getrimmte Antriebsmoment, dem die Betriebslinie als Basis zugrunde liegt. So kann die stationäre Betriebslinie im gesamten Arbeitsbereich exakt abgebildet werden. Diese Betrachtung zeigt, dass das Bereichsmodell die reale Gasturbine im stationären Betrieb plausibel und über den gesamten Betriebsbereich abbildet. Die Gültigkeit des stationären Modellverhaltens ist somit verifiziert.



**Abbildung 4.5:** Vergleich von Bereichs- und Arbeitspunktmodell mit der stationären Triebwerkskennlinie

In Voraussicht zur dynamischen Betrachtung und zum direkten Vergleich der Modelle, sind die Betriebslinien des Arbeitspunktmodells auf der rechten Seite der Abbildung 4.5 dargestellt. Infolge der Linearisierung an den einzelnen Arbeitspunkten ist hier jeweils eine Kennlinie pro Arbeitspunkt notwendig. Exemplarisch haben die Kennlinien der Arbeitspunkte 70 %, 95,74 % und 103,98 % eine farbliche Hervorhebung erhalten. Zudem symbolisieren ihre

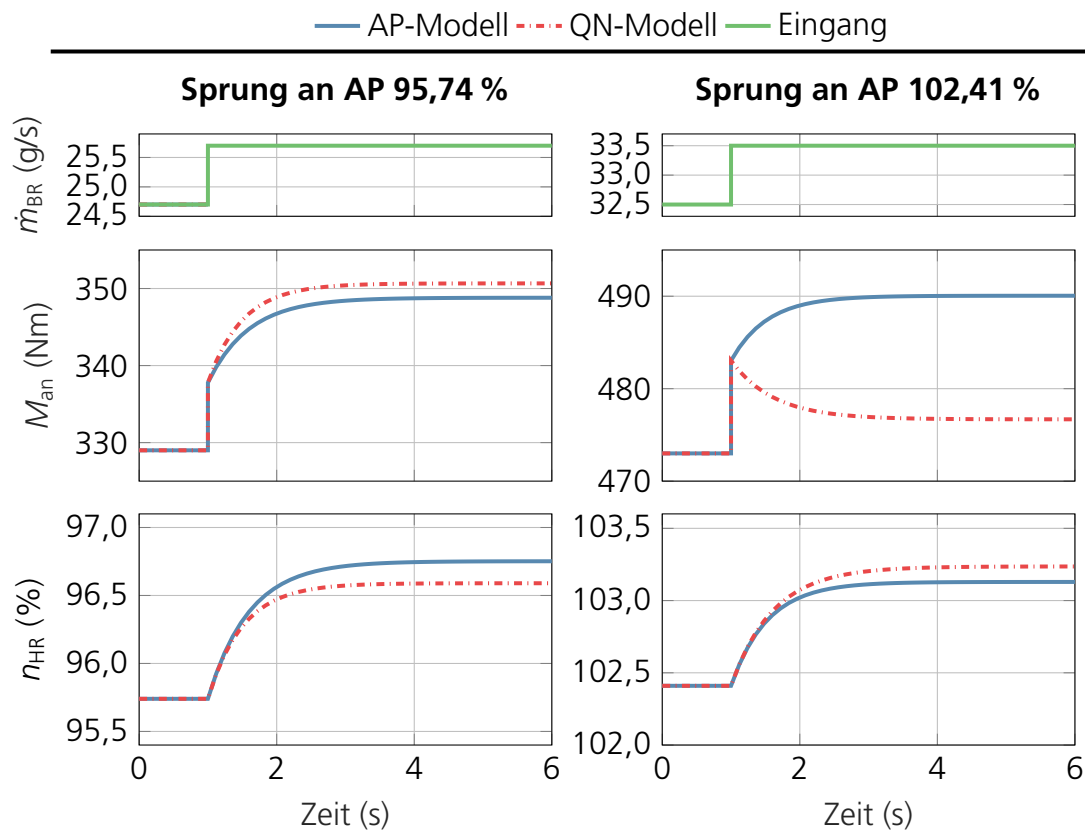
Markierungen die benachbarten Arbeitspunkte, welche durch Vorgabe der entsprechenden Brennstoffmassenströme erreicht werden. Teils deutliche Abweichungen sind sowohl in der Hochdruckrotordrehzahl als auch beim Antriebsmoment erkennbar. Wie groß diese sind, hängt vom initialisierten und aktuell gewählten Arbeitspunkt ab. Wird das System z.B. an Arbeitspunkt 103,98 % initialisiert und anschließend der Brennstoffmassenstrom für Arbeitspunkt 95,74 % vorgegeben, stellt sich eine Hochdruckrotordrehzahl von 97,61 % sowie ein Antriebsmoment von 319 Nm ein. Da die Arbeitspunkte durch die Hochdruckrotordrehzahl definiert sind, wird der identifizierte Arbeitspunkt bei entsprechendem Brennstoffmassenstrom von 24,7 g/s nicht erreicht. Zudem liegt das Antriebsmoment 10 Nm unter der Herstellerangabe aus Tabelle 2.1.

#### 4.4.2 Verifikation des transienten Modellverhaltens

Um das dynamische Verhalten des Bereichsmodells zu beurteilen, soll die Analyse der Sprungantworten erfolgen. Dazu werden die Antworten des Bereichsmodells mit denen des Arbeitspunktmodells verglichen. Aufgrund des Koeffizientenvergleichs, aus dem die Gleichungen 2.5 zur Berechnung der residualen Matrizen entspringen, wird die Dynamik am Arbeitspunkt erhalten. Deshalb ist eine Übereinstimmung der Sprungantworten beider Systeme zu erwarten. Für den Vergleich wird das System mit einem Sprung im Brennstoffmassenstrom bei konstanter Niederdruckrotordrehzahl angeregt und die Antworten der Modelle infolge eines Sprungs im Lastmoment betrachtet. Im Fall der Sprunganregung des Brennstoffmassenstroms ist das Modell am Arbeitspunkt mit entsprechender Brennstoffzufuhr zu initialisieren. Nach einer Sekunde erfolgt ein Sprung von einem Gramm Brennstoff pro Sekunde, woraufhin Hochdruckrotordrehzahl und Antriebsmoment ansteigen. Das Vorgehen wird an allen Arbeitspunkten wiederholt, wobei Abbildung 4.6 den Zeitverlauf der Eingangs- und Ausgangs- sowie Zustandsgröße für die Betriebspunkte 95,74 % und 102,41 % exemplarisch wiedergibt.

Die Antworten der Modelle können prinzipiell in zwei Teile kategorisiert werden. Das mit der Anregung zeitgleiche Springen des Antriebsmoments bildet den ersten Teil der Antwort. Der Sprung resultiert aus dem Brennstoffmassenstrom, der über die jeweilige Durchgangsmatrix einen direkten Einfluss auf den Ausgang beider Modelle hat. Die Trägheit des Hochdruckrotors verzögert eine Änderung seiner Drehzahl zum Zeitpunkt des Sprungs. Der Verzug wirkt sich ebenso auf die Nachführung der Trimmgrößen aus, sodass der instantane Anstieg des Antriebsmomentes für beide Modelle gleich ausfällt. Thermodynamisch kann der Vorgang mithilfe des realen Gasturbinenprozesses verdeutlicht werden. Ein Sprung des Brennstoffmassenstroms führt dem Prozess eine größere Wärmemenge zu, woraus die Erhöhung der Turbineneintrittstemperatur resultiert. Die Folge ist eine unverzügliche Leistungssteigerung, die sich bei konstanter Niederdruckrotordrehzahl als Sprung im Antriebsmoment äußert.

Der weitere, allmähliche Anstieg des Antriebsmoments gehört dem zweiten Teil an und ist in der Änderung der Zustandsgröße  $n_{HR}$  begründet. Ihr dynamischer Verlauf ist im Arbeitspunktmodell durch die Systemgleichung 4.7 definiert, die bei genauer Betrachtung der



**Abbildung 4.6:** Systemantworten infolge eines Sprungs im Brennstoffmassenstrom

Struktur eines PT1-Übertragungsgliedes entspricht.<sup>2</sup> Der dazu typische Verlauf kann im Zeitverhalten der Zustandsgröße – das im unteren Bereich der Abbildung 4.6 dargestellt ist – beobachtet werden. Die Ausgangsmatrix beschreibt im Arbeitspunktmodell die Änderung des Antriebsmoments infolge einer Änderung der Hochdruckrotordrehzahl. Sie überträgt das Verhalten der Zustandsgröße letztlich auf den Ausgang des Systems. Beim Bereichsmodell besteht indirekt ein vergleichbarer Zusammenhang. Da keine Filterung der Zustandsgröße stattfindet, ergibt die Differenz zwischen aktuellem und getrimmtem Zustand stets null. Zum Antriebsmoment leistet die Ausgangsmatrix demnach keinen Beitrag. Die Zustandsgröße ist jedoch gleichzeitig für die Nachführung der Trimmgrößen verantwortlich. Entsprechend wird dem Ausgang das PT1-Verhalten der Hochdruckrotordrehzahl und die nichtlinearen Eigenschaften der Trimmgrößen aufgeprägt. Es handelt sich dabei um das gleiche Prinzip, das die Verlagerung der Systemdynamik erklärt. Der reale Gasturbinenprozess kann auch in diesem Fall zur Veranschaulichung der physikalischen Erklärung beitragen. Die Leistungssteigerung vom ersten Teil der Antwort betrifft den Hochdruckrotor genauso wie den Niederdruckrotor. Infolgedessen beschleunigt der Hochdruckrotor, wodurch der daran gekoppelte Verdichter das Druckniveau in der Brennkammer erhöht. Es folgt die weitere Leistungssteigerung an der Zapfwelle.

<sup>2</sup>Definition eines PT1-Gliedes im Zeitbereich mit Äquivalenz zur Zustandsgleichung 4.7

$$T\dot{y} + y = Ku \rightarrow \dot{y} = -\frac{1}{T}y + \frac{K}{T}u \quad \text{mit} \quad T \triangleq \tau_{\text{HR}} \quad \text{und} \quad \frac{K}{T} \triangleq k_1$$

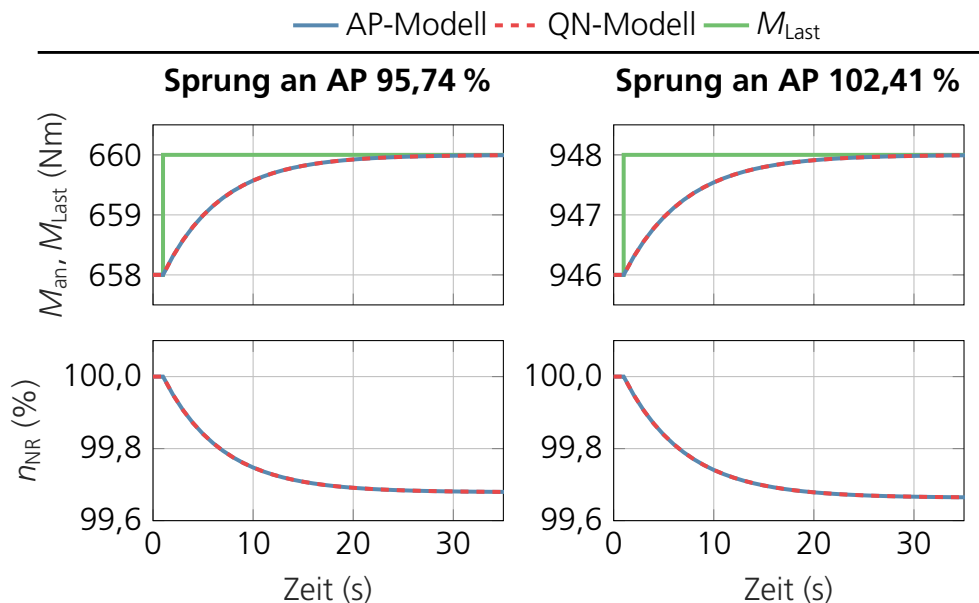
An AP 95,74 % spiegeln sowohl das Arbeitspunktmodell, als auch das Bereichsmodell die zuvor beschriebenen Vorgänge in ihrem Zeitverhalten wider. Der an den Sprung anschließende Drehmomentverlauf sowie der stationäre Wert unterscheiden sich jedoch offensichtlich. Rückblickend auf Unterabschnitt 4.4.1 liegt diese Differenz der Linearität des Arbeitspunktmodells zugrunde und kann durch Abbildung 4.5 veranschaulicht werden. Erfolgt von AP 70 % die Brennstoffzufuhr des nächsten Arbeitspunkts (81,2 %), so erreicht das lineare Modell - gegenüber dem Bereichsmodell - ein niedrigeres Drehmoment bei höherer Hochdruckrotordrehzahl. Diese Diskrepanz ist an AP 70 % im Diagramm deutlich zu erkennen und gilt ebenso für AP 95,74 %. Im Zuge der Filtereinstellung von Abschnitt 4.3 hat bereits eine Betrachtung des Frequenzverhaltens an AP 95,74 % stattgefunden, woraufhin Abbildung 4.4 als Grundlage für eine weitere Interpretation dient. Die Einflüsse von direktem und verzögertem Antwortverhalten stellen sich mit Blick auf die verschiedenen Frequenzen heraus. Im Bereich niedriger Frequenzanregung ändert sich der Brennstoffmassenstrom ausreichend langsam, sodass beide Effekte zur Bildung des Ausgangssignals beitragen. Dabei wird die gleiche stationäre Abweichung wie zuvor beobachtet. Erfolgt die Anregung mit höheren Frequenzen, kommt es zur Überschreitung der Eckfrequenz des Hochdruckrotors. Die Änderung der Hochdruckrotordrehzahl wird dadurch vernachlässigbar und ist nicht länger am Ausgangssignal beteiligt. Diese Vorgänge erklären zudem die Konvergenz der Amplitudenverläufe beider Modelle bei zunehmender Frequenz.

Auf der rechten Seite der Abbildung 4.6 ist die Sprungantwort an AP 102,41 % dargestellt, welche deutlich größere Unterschiede zeigt. Während das Arbeitspunktmodell den Charakter von direkter und verzögerter Antwort beibehält, sinkt das Antriebsmoment des Bereichsmodells ungeachtet der steigenden Hochdruckrotordrehzahl. Ein solches Verhalten kann als unphysikalisch eingestuft werden, obgleich die Beschreibung des Bereichsmodells den Vorgang mathematisch zulässt. Unter Zuhilfenahme der Ausgangsgleichung im System 4.12 sowie der Randbedingungen (keine Filterung von  $n_{HR}$ ,  $n_{NR} = konst.$ ) wird klar, dass lediglich Derivat  $\dot{Y}_{mBR}$  oder der Trimm des Brennstoffmassenstroms für dieses Verhalten in Frage kommt. Die Verläufe der Größen sind über den Betriebsbereich durch Messungen bzw. Herstellerangaben definiert, wobei Tabelle 4.1 die Grenzen des Bereichsmodells aufzeigt. Innerhalb der Systemidentifikation von [14] erfolgt die Bestimmung der Triebwerkskenngrößen maximal bis zum Lastpunkt 96,8 %. Um das Modell oberhalb der identifizierten Lastpunkte zu betreiben, müssen die Triebwerkskenngrößen also zwangsläufig extrapoliert werden. Demgegenüber ist der stationäre Brennstoffmassenstrom bis hin zum Arbeitspunkt 103,98 % bekannt, was diesen als Ursache ausschließt. Aufgrund der nachgeführten Trimmgrößen, wird der Ausgang im stationären Betrieb lediglich durch den Trimm des Antriebsmomentes gebildet (s. Unterabschnitt 4.4.1). Ein beispielsweise zu groß angenommener Wert für  $\dot{Y}_{mBR}$  lässt das Antriebsmoment zu Beginn über das stationäre Drehmoment springen, das durch den neuen Brennstoffmassenstrom erreicht würde. Infolgedessen muss das Antriebsmoment absinken, um den stationären Wert zu erreichen. Die Unschärfe an den oberen Lastpunkten kann demnach zu einem unphysikalischen Verhalten führen, wie es in Abbildung 4.6 an AP 102,41 % der Fall ist.

Für das Arbeitspunktmodell gilt diese Einschränkung im Übrigen gleichermaßen, wobei der Effekt der Extrapolation hier durch große Unterschiede zwischen den Steigungen der Kennlinien und der Betriebslinie der Gasturbine bemerkbar ist. Abbildung 4.5 verdeutlicht das an den oberen Arbeitspunkten in Form wenig angepasster Kennlinien, die lediglich am Arbeits-

punkt gut mit der Triebwerkskennlinie übereinstimmen. Speziell die Steigung der Kennlinie AP 103,98 % dürfte identifiziert flacher ausfallen.

Um die Systemantwort infolge eines Lastsprungs zu analysieren, wird die Vorgehensweise vom Plausibilisieren der Schnittstellenmodifikation aus Abschnitt 4.2 verwendet. Das führt erneut zur Wiedergabe des doppelten Antriebsmoments eines Triebwerks. Weiterhin erfolgt die Vorstellung der Sprungantworten an den bereits zuvor betrachteten Arbeitspunkten. Entsprechend den Erwartungen, jedoch gegensätzlich zum Sprung des Brennstoffmassenstroms, zeigt Abbildung 4.7 in beiden Modellen ein identisches Antwortverhalten von Drehzahl und Antriebsmoment. In diesem Fall gilt das für beide dargestellten Arbeitspunkte sowie alle weiteren Arbeitspunkte zwischen 70 % und 98,29 %. Da der Brennstoffmassenstrom während der Analyse konstant ist und eine Änderung der Hochdruckrotordrehzahl ausschließlich von dem Brennstoffmassenstrom initiiert wird, bleibt die Hochdruckrotordrehzahl ebenso unverändert. Eine Konsequenz daraus ist die ausbleibende Nachführung der Trimmgrößen, wodurch sich das Bereichsmodell nicht weiter vom Arbeitspunktmodell unterscheidet. Der gleichbleibende Brennstoffmassenstrom impliziert eine konstante Leistungsabgabe an der Zapfwelle, sodass die in Abbildung 4.7 dargestellten Verläufe von Antriebsmoment und Niederdruckrotordrehzahl entstehen. Sobald das Lastmoment springt, wird ein größeres Drehmoment gefordert als das Triebwerk aktuell zur Verfügung stellt. Es folgt die unmittelbare Verzögerung der Zapfwelle inklusive Niederdruckrotor. Bei gleichbleibender Leistungsabgabe wird so ein größeres Antriebsmoment zur Verfügung gestellt, woraus eine langsamere Verzögerung resultiert.<sup>3</sup> Der Vorgang dauert bis zum Ausgleich von Lastmoment und Antriebsmoment an.



**Abbildung 4.7:** Systemantworten infolge eines Lastsprungs

<sup>3</sup>Der Erklärung anhand der konstanten Leistung liegt die Annahme optimaler Anströmung der Turbinenlauf-schaufeln zugrunde. Diese Annahme ist legitim, wenn nur geringe Drehzahländerungen bei Turbinen mit unveränderlicher Geometrie auftreten. Im Normalbetrieb wird das bei der Allison 250-C20B mithilfe der Drehzahlregelung gewährleistet.

Das transiente Systemverhalten des quasi-nichtlinearen Modells kann abschließend für alle Arbeitspunkte zwischen 70 % und 98,29 % der HR-Drehzahl als verifiziert eingestuft werden. Ausgehend vom größten identifizierten Lastpunkt fällt die Begrenzung der Verifikation auf den nächsthöheren Arbeitspunkt. Das ist – in der Annahme nur geringer Abweichungen – durch die Extrapolation in der Nähe dieses Lastpunktes begründet. Eine weitere Untersuchung des Systemverhaltens infolge der Extrapolation von Triebwerkskenngrößen hat ergeben, dass ein unphysikalisches Verhalten erst ab AP 102,41 % auftritt. Bis zu diesem Arbeitspunkt kann das Bereichsmodell für dynamische Betrachtungen also physikalisch sinnvoll eingesetzt werden. Unter physikalisch sinnvoll ist hier zu verstehen, dass kein abfallendes Drehmoment bei steigender Hochdruckrotordrehzahl zu erwarten ist. Im Bereich von Arbeitspunkt 98,29 % bis 102,41 % muss jedoch von größeren Modellungenauigkeiten ausgegangen werden. Oberhalb von AP 102,41 % ist das Bereichsmodell lediglich für stationäre Untersuchungen zu verwenden.

# 5 Reglermodellierung

Die Parameter der gegebenen Reglerstruktur aus [14] (s. Abbildung B.1) sind nicht erhältlich, weshalb die Verwendung der Struktur nicht ohne eine vorherige SysID möglich ist. Da die Struktur eine große Menge von Parametern enthält und lediglich wenige reglerbezogene Messdaten vorhanden sind, wird von der Parameteridentifikation dieser Struktur abgesehen. Mit einer vereinfachten Reglerstruktur, die das Verhalten der originalen Struktur approximiert, kann jedoch eine Identifikation der Reglerparameter anhand von Flugversuchsdaten erfolgen. Ein Reglerentwurf nach den Einstellregeln kann im Vorfeld die Startwerte der SysID bestimmen. Um die grundlegende Charakteristik des Reglers aufzugreifen, sollen zudem verschiedene Regelungsstrukturen betrachtet werden. Dazu erfolgt die Identifikation der unterschiedlichen Regler mithilfe der Messdaten aus den Flugversuchen. Eine Überprüfung der so bestimmten Regler findet anschließend mit Messdaten statt, die sich von den in der Identifikation verwendeten Messdaten unterscheiden. Der Regler, der nach der Identifikation unter beiden Datensätzen zum geringsten Fehler führt, wird für die weitere Verwendung ausgewählt. Um den Vergleich zwischen Simulations- und Messdaten zu quantifizieren, kommt die Wurzel aus dem mittleren Fehlerquadrat als Gütefunktional (Gleichung 5.1) zum Einsatz.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{i,s} - x_{i,M})^2} \quad (5.1)$$

## 5.1 Reglerbestandteile

Eine der zu untersuchenden Reglerstrukturen ist ein bekannter Proportional-Regler mit Störgrößenaufschaltung (FFW) und Verzögerungsglied. Diese Struktur beinhaltet die wesentlichen Elemente des realen Reglers und stellt dessen Funktion näherungsweise nach [11]. Der hydromechanischen Zumessung des Brennstoffs kann ein proportionales Verhalten zur Niederdruckrotordrehzahl zugesprochen werden [14]. Da das Lastmoment als Störgröße von der Stellung des Kollektivhebels abhängt, wird diese Größe in der Bo 105 für die Aufschaltung verwendet [8]. Die Berücksichtigung der Trägheit des Brennstoffmassenstroms erfolgt durch das anschließende PT1-Verzögerungsglied. Der Einfluss des Verdichteraustrittsdrucks geht nicht in die Regelung ein. Innerhalb der Untersuchungen von [11] hat der FFW-Regler bereits zu einer guten Wiedergabe der Flugversuchsdaten geführt. Obwohl das auch bei der Verwendung mit dem Bereichsmodell zutrifft, werden die Parameter erneut optimiert. Die Reglerparameter von [11] kommen dabei als Startwerte für die Optimierung zum Einsatz.

Der bisher betrachtete Regler hat – ungeachtet der Störgrößenaufschaltung – eine bleibende Regeldifferenz zur Eigenschaft. Die Beschreibung einer Kompensation der Regeldifferenz von [8] führt zu der Annahme, dass die Hauptrotordrehzahl des Hubschraubers stationär genau ist. Um das System einfach zu halten und zur Vermeidung eines weiteren Eingangs wird daher zusätzlich die Eignung einer PI-Regelstruktur untersucht.

Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben, sind die Eingaben des Kollektiv-Steuers näherungsweise proportional zur Laständerung am Hauptrotor bzw. zur Änderung seiner Beschleunigung. Durch Integrieren der Beschleunigung ergibt sich die Abweichung der Rotordrehzahl. Mit der Annahme einer unverzüglichen Reaktion des Systems (Kollektiv, Blattverstellung, Lastmoment bzw. Beschleunigung), kann die Beschleunigung des Rotors zur Annäherung der Störgrößenaufschaltung verwendet werden. Besteht weiterhin das Ziel, nur die Niederdruckrotordrehzahl als Eingang zu verwenden, ist es sinnvoll, über die Differenziation der Drehzahl auf die Beschleunigung zu schließen. Als weitere Variante der Reglerstrukturen wird dem PI-Regler entsprechend ein differenzierendes Glied hinzugefügt.

Um der trägen Reaktion des hydromechanischen Reglers sowie der Beschleunigung des Brennstoffs Rechnung zu tragen, enthält der FFW-Regler ein Verzögerungsglied erster Ordnung. Aus den selben Gründen wird das PT1-Glied für die PI- und PID-Strukturen übernommen.

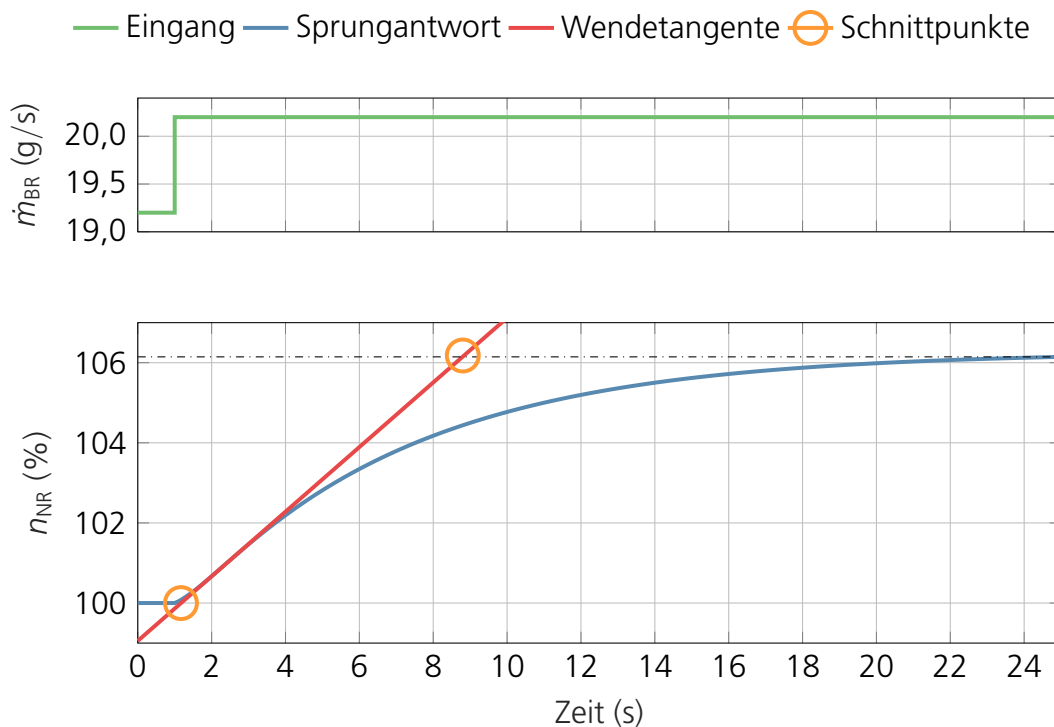
Das Bereichsmodell lässt mit steigendem Brennstoffmassenstrom theoretisch ein immer größer werdendes Antriebsmoment zu. Unrealistisch große Brennstoffmassenströme (außerhalb der Zündgrenzen) können so die Abgabe von Drehmomenten hervorrufen, die über das maximal mögliche Antriebsmoment der Allison 250 steigen. Um diesem Effekt bei einer Überlastung des Triebwerks zu entgegnen, wird eine Limitierung des Brennstoffmassenstroms implementiert. Die Limitierung erfolgt bei einem Brennstoffmassenstrom von 34,4 g/s, der dem des größten Arbeitspunktes entspricht. Da keine Gültigkeit für transiente Vorgänge in diesem Bereich gewährleistet wird, ist die Verwendung einer solchen Limitierung legitim. Es resultiert der Einbruch der Niederdruckrotordrehzahl bei Überlastung. Die Gültigkeit des Bereichsmodells ist im Fall der Überlast nicht weiter gegeben.

## 5.2 Schätzen der Startwerte

Die Startparameter des PI- und PID-Reglers sollen durch die Einstellregeln aus Abschnitt 2.4 ermittelt werden. Um die Ausgleichs- und Verzugszeit des Systems zu bestimmen, erfolgt ein Einheitsprung der Stellgröße Brennstoffmassenstrom. Anschließend ist das Antwortverhalten der Regelgröße Rotordrehzahl zu analysieren. Die Vorgehensweise entspricht der aus Unterabschnitt 4.4.2, wobei die Niederdruckrotordrehzahl an dieser Stelle variabel ist und von der Trägheit des Rotor-Triebstrang-Systems und dem Antriebsmoment abhängt. Die Zeitverläufe von Stell- und Regelgröße des so gesamtheitlich betrachteten Systems, sind in Abbildung 5.1 für Arbeitspunkt 80 % dargestellt.

Der obere Bereich zeigt den Verlauf des Brennstoffmassenstroms als Eingangsgröße in Grün, während der untere Bereich die Antwort der Rotordrehzahl verdeutlicht. Für die Bestimmung





**Abbildung 5.1:** Systemantwort infolge eines Sprungs im Brennstoffmassenstrom mit Triebstrangträgheit

der Ausgleichs- und Verzugszeit ist die Wendetangente der Rotordrehzahl in Rot sowie relevante Schnittpunkte mit orangen Markierungen gekennzeichnet. Die Berechnung dieser Punkte ergibt die Ausgleichszeit von  $T_g = 7,77 \text{ s}$  und der Verzugszeit von  $T_u = 0,16 \text{ s}$ . Mit der maximal erreichten Rotordrehzahl  $n_{NR} = 106,27 \%$  ergibt sich durch Gleichung 2.7 der Übertragungsfaktor  $K_s = 6,27 \%/(\text{g/s})$ . Die Beschränkung zur Verwendbarkeit der Einstellregeln nach Chien, Hrones und Reswick lässt die Anwendung mit  $T_u/T_g = 0,0206 < 1/3$  für diesen Fall zu.

Zur Berechnung der Reglerparameter anhand der ermittelten Kennwerte ist die Auswahl der entsprechenden Vorschrift aus Abbildung 2.6 zu treffen. Um ein instabiles Verhalten des geregelten Bereichsmodells zu vermeiden, wird ein aperiodischer Regelverlauf angestrebt. Weiterhin ist die Aufgabe des Reglers, die Drehzahl des Hauptrotors konstant auf der vom Piloten vorgegebenen Drehzahl zu halten. Eine Änderung der Führungsgröße ist jedoch mehr für die Anpassung an Umgebungsbedingungen wie z.B. Luftdruck oder Temperatur vorgesehen. Die Führungsgröße wird demnach wenig verändert. Auf anderem Weg ändert sich die Drehzahl lediglich durch Störungen infolge von Laständerungen, welche der Regler ausgleichen soll. Mit den entsprechenden Gleichungen für eine Störung bei aperiodischem Regelverlauf lassen sich die Reglerparameter bestimmen.

Die Parameter der Regler sind durch die vorliegende Form voneinander abhängig, sodass der Einfluss eines einzelnen Parameters in der späteren Optimierung nicht eindeutig zugeordnet werden kann. Mithilfe der Gleichungen 5.2 ist die Überführung der Parameter in eine

unabhängige Form möglich. In dieser voneinander unabhängigen Form sind die Parameter letztlich in Tabelle 5.3 angegeben.

$$\begin{aligned}
 G_{\text{PID}}(s) &= K_R \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_n \cdot s} + T_v \cdot s \right) \\
 &= K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot s
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

$$\Rightarrow K_P = K_R; \quad K_I = \frac{K_R}{T_n}; \quad K_D = K_R \cdot T_v$$

## 5.3 Identifikation der Reglerparameter durch Optimierungsverfahren

### 5.3.1 Modellierung eines Lastmodells anhand von Flugversuchsdaten

In der Vergangenheit wurde ein regelungstechnisches Modell der Bo 105 entwickelt, das die Durchführung von Flugversuchen erforderte. Die Versuche beinhalten unterschiedliche Anregungen des Hubschraubersystems durch dessen Steuerelemente, um das System zu identifizieren. Ein Teil der FVD steht für die Optimierung der Reglerparameter zur Verfügung. Relevante Versuche sowie zugehörige Messgrößen sind in den folgenden Tabellen als Ausschnitt der FVD von [4] zusammengefasst.

In Tabelle 5.1 erfolgt die Zuordnung des Eingabesignals zu den Versuchsnummern. Da die Belastung der Triebwerke hauptsächlich durch die Stellung des Kollektivsteuers  $d_0$  beeinflusst wird, sind insbesondere diese Versuche aufgeführt. Die Eingaberichtung beschreibt die Richtung des ersten Ausschlags der Steuereingabe und gibt so eine mögliche Vorzeichenumkehr der Anregung an. Zu den unterschiedlichen Arten der Steuereingaben gehören doppelte Sprungeingaben (Doublet), Mehrfachsprungeingaben (3-2-1-1)<sup>1</sup> und Eingaben mit veränderlicher Frequenz (Sweep). Letztere Eingabe hat den Vorteil, auch höhere Frequenzen anzuregen, wodurch ein breiteres Frequenzband gegenüber den übrigen Versuchen abgedeckt wird. Versuch 19 eignet sich somit insbesondere zur Identifikation der Reglerparameter. Alle aufgeführten Datensätze beziehen sich auf den Vorwärtsflug bei einer longitudinalen Geschwindigkeit von ca. 80 kn.

Tabelle 5.2 fasst wichtige Messgrößen für die Identifikation der Reglerparameter zusammen. Diese liegen für alle Versuche diskret vor und beziehen sich auf den Zeitvektor des jeweiligen Versuchs. Die Stellung des Kollektivhebels ist für die FFW-Regelung notwendig. Mithilfe

<sup>1</sup>Die Bezeichnung 3-2-1-1 gibt hier, entgegen der allgemeinen Definition, nicht die Zeit zwischen zwei Sprüngen an. Dennoch wird die Bezeichnung zur Abgrenzung von weiteren Signalen aus [4] übernommen.

des Mastmoments und der Hauptrotordrehzahl kann eine Aussage über die Belastung der Triebwerke getroffen werden. Die Messung beider Größen erfolgt am Hubschraubermast. Während der Validierung des Modells dient der kollektive Steuerwinkel als Eingangssignal.

Versuch Nr.	Art der Eingabe	Steuer und Richtung	Geschwindigkeit
5	Doublet	$d_0$ pos.	80 kn
6	Doublet	$d_0$ neg.	80 kn
13	3-2-1-1	$d_0$ pos.	80 kn
14	3-2-1-1	$d_0$ neg.	80 kn
19	Sweep	$d_0$	80 kn

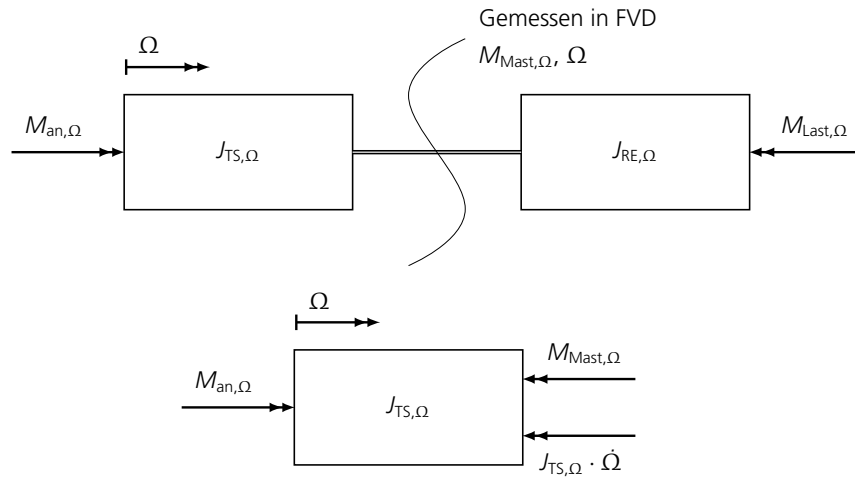
**Tabelle 5.1:** Auflistung der Versuchsdaten, die für die Anregung des Kollektivsteuers verfügbar sind [4]

Kanal	Abkürzung	Variable	Einheit
1	T	Zeit	s
19	DOF	Kollektivsteuer	%
21	MR TOR	Mastmoment	Nm
22	NROTf	Hauptrotordrehzahl	%
33	THETOf	Kollektiver Steuerwinkel	rad

**Tabelle 5.2:** Auflistung der Messgrößen, die für die SysID des Reglers relevant sind [4]

Abbildung 5.2 gibt einen Überblick über das Rotor-Triebstrang-System. Die Blöcke stellen die jeweilige Massenträgheit dar, wobei sich die Triebstrangträgheit  $J_{TS,\Omega}$  aus der Trägheit der Niederdruckstufen beider Triebwerke  $J_{NR,\Omega}$ , der Gesamtträgheit des Getriebes  $J_{G,\Omega}$  und der Trägheit des Heckrotors  $J_{HE,\Omega}$  zusammensetzt. Der Hauptrotor wird in dieser Betrachtung als starre Scheibe mit der Ersatzträgheit  $J_{RE,\Omega}$  angenommen. Von der Ersatzträgheit des Hauptrotors geht über den Mast eine starre Verbindung zur Trägheit des Triebstrangs aus. Der Mast wird hier als doppelt durchgezogene Linie gezeigt. Ein Schnitt durch den Mast lässt das Mastmoment  $M_{Mast,\Omega}$  und die Winkelgeschwindigkeit des Hauptrotors  $\Omega$  als Schnittgrößen interpretieren. Die Winkelgeschwindigkeit ist in den Indizes der Trägheiten und Momente aufgeführt, um den Bezug auf den Mast zu verdeutlichen. Das Antriebsmoment  $M_{an,\Omega}$  wirkt entgegen dem Lastmoment  $M_{Last,\Omega}$  infolge des aerodynamischen Widerstandes sowie der Trägheit am Hauptrotor. Die positive Drehrichtung wird dabei durch den Pfeil über der Triebstrangträgheit gekennzeichnet. Da das Lastmoment in den Messdaten der Flugversuche nicht enthalten ist, bietet sich die alleinige Betrachtung der linken Seite zur Optimierung an.

Der Freischnitt im unteren Bereich der Abbildung zeigt das gewählte Momentenverhältnis. Die Aufstellung des Momentengleichgewichts in Gleichung 5.3 mit Berücksichtigung des



**Abbildung 5.2:** Momentengleichgewicht und Schnittgrößen am Rotor-Triebstrang-System

dynamischen Terms führt schlussendlich zur Bestimmung der Hauptrotordrehzahl, deren Vergleich mit der Messung erfolgt.

$$\begin{aligned}
 0 &= M_{\text{an},\Omega} - M_{\text{Mast},\Omega} - J_{\text{TS},\Omega} \cdot \dot{\Omega} \\
 \Rightarrow \Omega &= \frac{1}{J_{\text{TS},\Omega}} \int (M_{\text{an},\Omega} - M_{\text{Mast},\Omega}) dt \quad \text{mit: } J_{\text{TS},\Omega} = J_{\text{NR},\Omega} + J_{\text{G},\Omega}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Das noch unbekannte Antriebsmoment wird über die Reglerparameter so eingestellt, dass der Fehler zwischen der Winkelgeschwindigkeit der Simulation und Messung ein Minimum erreicht.

### 5.3.2 Formulierung des Optimierungsproblems

Durch die Erkenntnisse aus dem vorherigen Kapitel kann das Optimierungsproblem formuliert werden. Die Zielfunktion ist bereits durch Gleichung 5.1 beschrieben und durch Gleichung 5.4 explizit für die Optimierung formuliert.<sup>2</sup>

$$RMS_{\text{OPT}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Omega_{i,S} - \Omega_{i,M})^2} \tag{5.4}$$

<sup>2</sup>Das für die Optimierung verwendete Programm FITLAB nutzt intern eine andere Zielfunktion, um den Fehler zu quantifizieren. Gleichung 5.4 dient lediglich zum Bewerten und Vergleichen außerhalb von FITLAB.

Die Gleichung beschreibt die Wurzel aus dem mittleren quadratischen Fehler  $RMS_{OPT}$  der Hauptrotordrehzahlen aus Simulation  $\Omega_{i,S}$  und Messung  $\Omega_{i,M}$ . Der quadratische Fehler wird hierbei an jedem diskreten Punkt  $i$  gebildet und aufsummiert. Anschließend ist die Summe durch die Anzahl  $N$  aller Datenpunkte zu teilen, um die Unabhängigkeit von der Datenmenge zu erreichen.

Ziel der Optimierung ist eine möglichst gute Übereinstimmung von Simulation und Messung. Demnach wird ein minimaler Fehler angestrebt, sodass  $\min(RMS_{OPT})$  das Optimierungsziel beschreibt.

Die Designvariablen  $\mathbf{d}$  sind die Stellgrößen eines Optimierungsproblems. Infolge ihrer Variation ändert sich der Wert der Zielfunktion, da  $RMS(\mathbf{d})$  gilt. Das führt letztlich zum Erreichen des Optimierungsziels. Die gesuchten Reglerparameter werden in diesem Fall als Designvariablen definiert. Sie sind von der Reglerstruktur abhängig und jeweils in Tabelle 5.3. gelistet.

Die Restriktion dieses Optimierungsproblems beschränkt sich auf  $\mathbf{d} \geq r_{\min}$  mit  $r_{\min} = 0$ , da negative Reglerparameter hier unphysikalisch sind. Zu große Parameter können ebenfalls als unphysikalisch gelten. Deren Beurteilung soll jedoch im Nachhinein erfolgen, um den Gestaltungsraum nicht unnötig einzuschränken.

Abschließend kann das Optimierungsproblem folgendermaßen zusammengefasst werden:

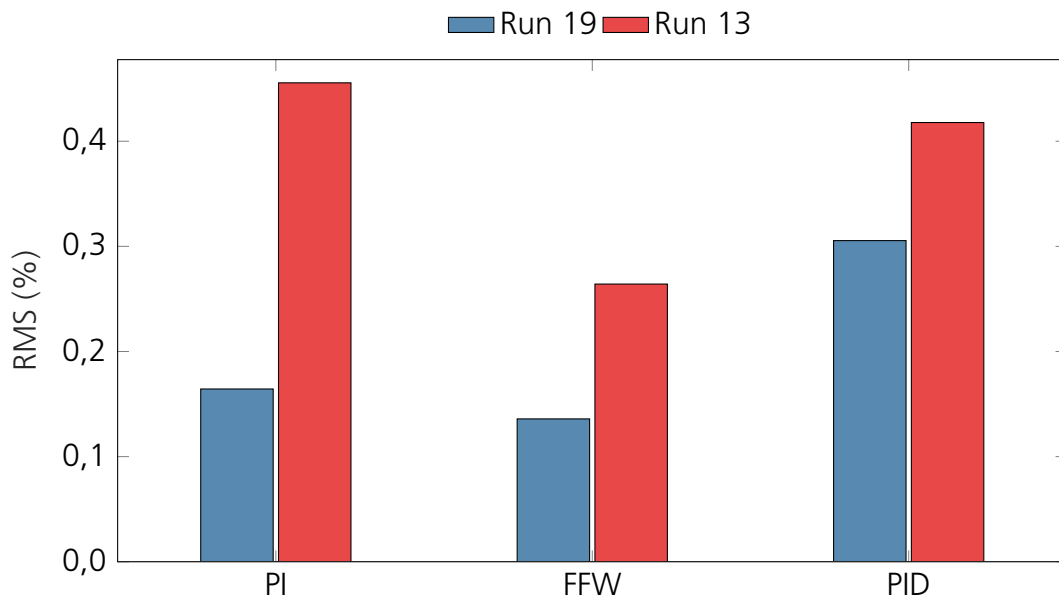
Minimiere den Fehler zwischen der Hauptrotordrehzahl aus der Simulation und den Messungen, sodass sich die Reglerparameter im positiven Zahlenraum inklusive null befinden.

Zur Lösung des Optimierungsproblems kommt das Programm FITLAB zum Einsatz, das auf Basis von MATLAB am DLR entwickelt wurde. Das Programm wird mit den zuvor definierten Optimierungsparametern und der Lösungsmethode SUBPLEX konfiguriert. Diese Methode stellt ein gradientenfreies Lösungsverfahren dar, bei dem die Optimierung im Zusammenspiel mit dem SIMULINK-Modell durchgehend stabil verläuft. Als Abbruchkriterium wird der Fehler der aktuellen Iteration mit dem der vorherigen verglichen. Erfolgt bis einschließlich zur fünften Nachkommastelle keine Änderung durch das Einstellen der Designvariablen, gilt die Optimierung als abgeschlossen.

### 5.3.3 Bewertung des Optimierungsergebnisses

Die Bewertung der Reglerstrukturen soll nicht nur anhand des Fehlers erfolgen, der nach der Optimierung verbleibt, sondern auch die Übertragbarkeit auf weitere Versuche einbeziehen. Dazu wird im Anschluss an die Optimierung Versuch 13 simuliert und die Simulationsgüte mittels Gleichung 5.4 beurteilt. Eine Auswahl der Reglerstruktur wird anhand des geringsten Fehlers (RMS) im Vergleich zu den weiteren Strukturen getroffen.

Abbildung 5.3 stellt die jeweiligen Modellfehler innerhalb eines Säulendiagramms gegenüber. Auf der Abszisse ist die Konfiguration der Regelstrukturen angetragen. Die blauen Säulen beziehen sich auf den verbleibenden Fehler nach der Optimierung mit Versuch 19. Wie gut sich die optimierten Reglerparameter auf Versuch 13 übertragen lassen, veranschaulichen die roten Säulen.



**Abbildung 5.3:** Ergebnis der Identifikation von Reglerparametern

Nach der Optimierung erreicht der FFW-Regler den geringsten verbleibenden Fehler mit 0,14 %. Der PI-Regler liegt mit 0,16 % knapp darüber, schneidet beim Übertrag mit 0,46 % jedoch deutlich schlechter ab als der FFW-Regler. Dessen Übertragsfehler ist mit 0,26 % sogar kleiner als der verbleibende Fehler des PID-Reglers (0,31 %). Weiterhin ist der Übertragsfehler des PID-Reglers mit 0,42 % kleiner als der des PI-Reglers, obwohl der PI-Regler gegenüber dem PID-Regler einen kleineren verbleibenden Fehler aufweist. Eine Zusammenfassung in Tabelle 5.3 beinhaltet die Parameter aller Reglerstrukturen. Die Faktoren  $K$  geben die Verstärkungen der einzelnen Reglerkomponenten an, die neben den Reglerstrukturen in den Indizes vermerkt sind. Zeitkonstanten der Verzögerungsglieder  $T$  erhalten lediglich die Reglerstruktur als Indizes. Die Tabelle zeigt, dass die integralen Anteile der Regler infolge der Optimierung keinen Einfluss auf den Brennstoffmassenstrom nehmen. So verbleibt anstelle des PI- bzw. PID-Reglers ein P- sowie PD-Regler. Die Annahme einer automatischen Kompensation der Regelabweichung kann demnach für diesen Anwendungsfall verworfen werden. Weiterhin ist eine große Divergenz zwischen den Startwerten und den optimierten Parametern zu erkennen. Der Regelung kann entsprechend nicht die Performanz zugeschrieben werden, auf die die Einstellregeln abzielen.

Angesichts des geringen verbleibenden Fehlers und der guten Übertragbarkeit, soll der FFW-Regler zur Regelung des Bereichsmodells verwendet werden. Die Parameter des Reglers sind Tabelle 5.3 zu entnehmen.

Design-variablen	Regler-parameter	Startwerte	Optimiert	Einheit	RMS 19 (%)	RMS 13 (%)
<b>d<sub>PI</sub></b>	$K_{P,PI}$	4,65	1,43	$\frac{g/s}{\%}$	0,16	0,46
	$K_{I,PI}$	7,26	0,00	$\frac{g/s}{\%}$		
	$T_{PI}$	1,00	0,77	s		
<b>d<sub>PID</sub></b>	$K_{P,PID}$	7,36	0,72	$\frac{g/s}{\%}$	0,31	0,42
	$K_{I,PID}$	19,17	0,00	$\frac{g/s}{\%}$		
	$K_{D,PID}$	0,49	1,47	$\frac{g/s}{\%}$		
	$T_{PID}$	1,00	1,13	s		
<b>d<sub>FFW</sub></b>	$K_{P,FFW}$	0,80	1,64	$\frac{g/s}{\%}$	0,14	0,26
	$K_{F,FFW}$	0,60	1,43	$\frac{g/s}{\%}$		
	$T_{FFW}$	1,00	0,72	s		

**Tabelle 5.3:** Zusammenfassung Parameteridentifikation

# 6 Implementierung des Modells in SIMULINK

Die vorangegangenen Kapitel beschreiben den mathematischen Hintergrund des geregelten Bereichsmodells und die Bestimmung der Modellparameter. An dieser Stelle soll die Implementierung der erarbeiteten Zusammenhänge im Programm SIMULINK betrachtet werden. Dazu befassen sich die nächsten Abschnitte mit der Umsetzung des Triebwerksmodells und seiner Regelung. Anschließend wird auf die Simulationsumgebungen eingegangen. Die Simulationsumgebungen erlauben die Integration der verschiedenen Triebwerksmodelle (Arbeitspunkt- und Bereichsmodell) zur Erzeugung der vorgestellten Ergebnisse. Auf die Implementierung des Arbeitspunktmodells wird nicht eingegangen.

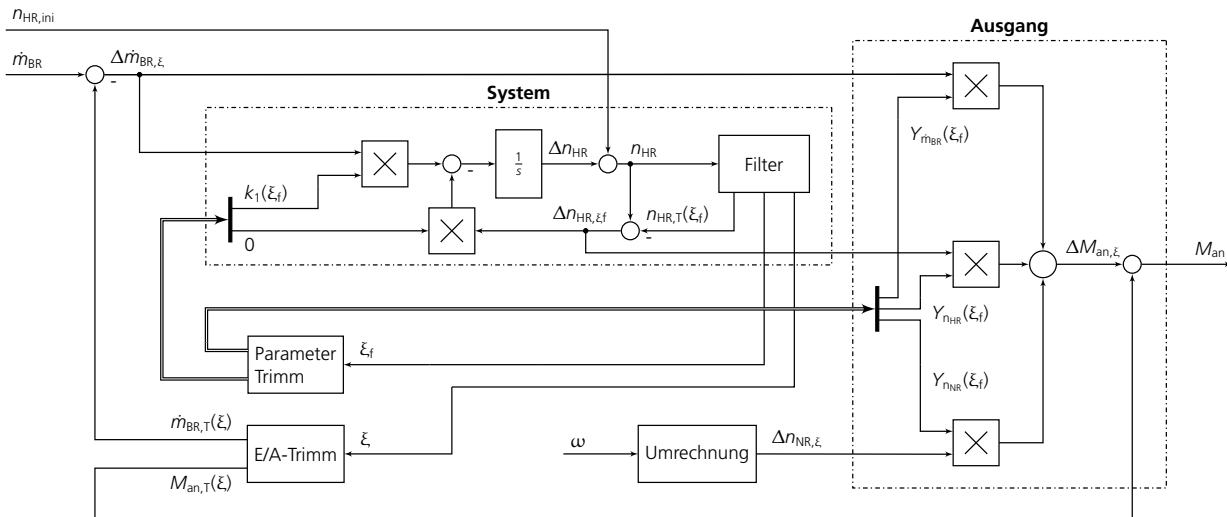
## 6.1 Implementierung des geregelten Bereichsmodells

### 6.1.1 Implementierung des Bereichsmodells

Eine Modellierung in SIMULINK kann als Ausdruck mathematischer Gleichungen in Form von Blockschaltbildern verstanden werden. Daher gibt das Zustandsraummodell des Triebwerks die Struktur des SIMULINK-Modells mit den Gleichungen 4.12 vor. Die Trimmgrößen sind als Parameter des Bereichsmodells variabel und liegen in Form interpolierter Funktionen der Messdaten vor. In die Struktur des Bereichsmodells ist demnach die Berechnung der Trimmgrößen zu integrieren. Abbildung 6.1 zeigt das Blockschaltbild für das Bereichsmodell.

Zu erkennen sind die wichtigsten vier Komponenten des Modells, bestehend aus den Blöcken System, Ausgang, E/A-Trim und Parametertrimm. Die Eingänge des Modells bestehen aus dem Brennstoffmassenstrom, der NR-Drehzahl und einer Initialisierung der HR-Drehzahl. Wie die Benennung impliziert, ist die System- und Ausgangsgleichung des Zustandsraummodells auf zwei Blöcke aufgeteilt. Neben den Eingangsgrößen der Gleichungen zählen auch die Parameter der Matrizen zu den Eingängen der Blöcke. Innerhalb der Blöcke erfolgt darauf lediglich die Umsetzung des Zustandsraummodells 4.12 in SIMULINK. Als Abweichungsgröße  $\Delta n_{HR,\xi f}$  bildet die HR-Drehzahl – entsprechend den Gleichungen – den Ausgang des System-Blocks. Des Weiteren geht der Absolutwert der Hochdruckrotordrehzahl als beschreibender Parameter  $\xi$  sowie die gefilterte Variante  $\xi_f$  aus dem Block hervor. Zu beachten ist, dass im SIMULINK-Modell  $\xi = \xi_f = n_{NR}/100$  gilt. Aufgrund der ausbleibenden Filterung sind beide Parameter gleich. Zum Eingang des Ausgang-Blocks zählt neben den Trimmgrößen und der Zustandsgröße noch der Brennstoffmassenstrom und die prozentuale NR-Drehzahl in Form





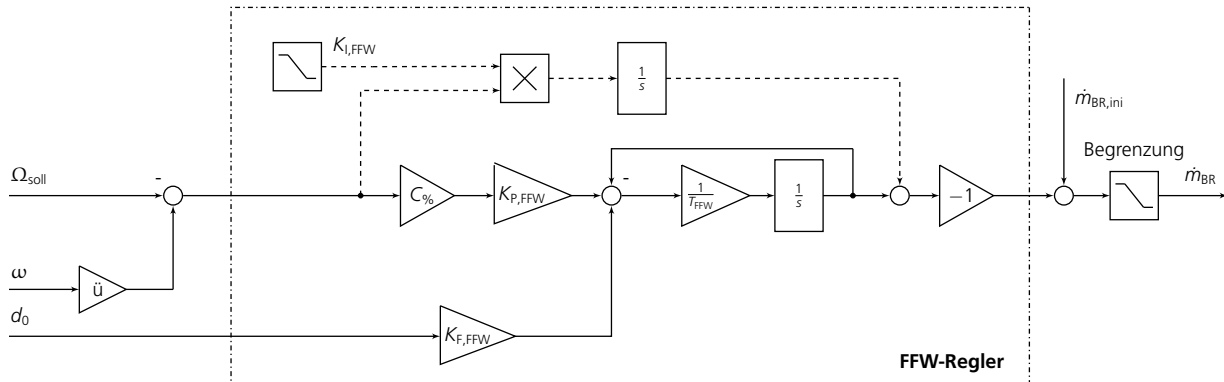
**Abbildung 6.1:** Implementierung des Bereichsmodells in SIMULINK

von Abweichungsgrößen. Als Ausgang des Ausgang-Blocks ist lediglich das Antriebsmoment  $M_{an}$  zu erwähnen.

Die Berechnung der Trimmgrößen von Ein- und Ausgängen erfolgt gesondert von den Modellparametern. Die Wahl dieser Aufteilung ist in der untersuchten Filterung des beschreibenden Parameters  $\xi$  begründet. Die Trimmgrößen von Ein- und Ausgang hängen prinzipiell von dem ungefilterten Parameter  $\xi$  ab. Dagegen sind die Trimmgrößen der Modellparameter – beim Verwenden eines Filters – von dem gefilterten Parameter  $\xi_f$  abhängig. Eine Ausgabe von Trimmgrößen erfolgt in beiden Fällen durch Tabellen, die die Funktionen der interpolierten Trimmgrößen als Datenpunkte enthalten. Der Abstand der Stützstellen beträgt im Bezug auf die Hochdruckrotordrehzahl  $10^{-2} \%$ , sodass der Einfluss einer linearen Interpolation zwischen den Datenpunkten vernachlässigbar ist. Die NR-Drehzahl verbleibt als einzige Ausgangsgröße ohne Trimmung aus dem E/A-Trimm-Block, da ihre Trimmgröße unabhängig von  $\xi$  immer bei  $n_{NR} = 100 \%$  liegt. Vor der Trimmung der NR-Drehzahl erfolgt die Umrechnung der Winkelgeschwindigkeit zur prozentualen Drehzahl.

## 6.1.2 Implementierung des Reglers

Das in [11] verwendete Blockschaltbild des gewählten Reglers, ist mit den nötigen Anpassungen an das Bereichsmodell in Abbildung 6.2 dargestellt. Zur Regelung des Triebwerksmodells wird der initialisierte Brennstoffmassenstrom, die Winkelgeschwindigkeit der Zapfwelle  $\omega$  und die Stellung des Kollektivsteuers einbezogen. Da die Winkelgeschwindigkeit des Hauptrotors  $\Omega$  als Regelgröße fungiert, erfolgt die Umrechnung der Winkelgeschwindigkeit des Niederdruckrotors  $\omega$  mittels Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$ . Anschließend wird die Soll-Geschwindigkeit von der Ist-Geschwindigkeit subtrahiert, um die aktuelle Regeldifferenz zu bestimmen. Im Block *FFW-Regler* wird die Regeldifferenz zunächst zu dem nachträglich eingeführten Trimmregler verzweigt (s. Unterabschnitt 6.2.3). Der Trimmregler soll die manuelle Trimmung der Hauptrotordrehzahl durch den Piloten vor Beginn eines Versuchs abbilden.



**Abbildung 6.2:** Implementierung des Triebwerksreglers in SIMULINK

Eine Einflussnahme während eines Versuchs ist durch den auf null abfallenden Verstärkungsfaktor unterbunden. Das Ergebnis des integral wirkenden Gliedes wird anschließend auf den Ausgang des FFW-Reglers addiert.

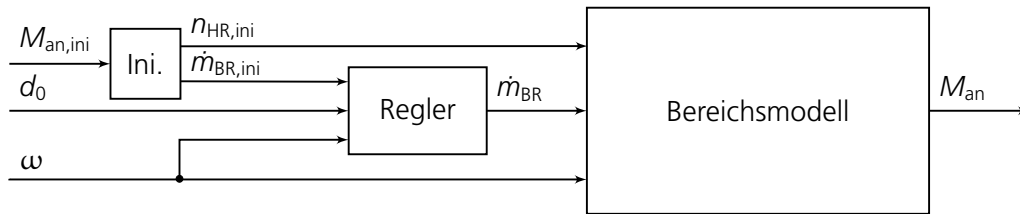
Die zweite Verzweigung der Regeldifferenz führt zu einem Proportionalglied, das die Differenz der Winkelgeschwindigkeit mit  $C_{\%}$  auf die prozentuale Drehzahl umrechnet. Dieser Schritt ist der Übernahme des Reglers aus [11] geschuldet, um die dort verwendeten Parameter testen zu können. Ein weiteres Proportionalglied folgt, in dem der Verstärkungsfaktor  $K_{P,FFW}$  aus der Optimierung enthalten ist.

Wie dem proportionalen Teil des Reglers, ist dem Zweig der Störgrößenaufschaltung in [11] ein Umrechnungsfaktor vorgeschaltet. Auf diesen wird im Reglermodell verzichtet, da die Stellung des Kollektivsteuers bereits in der Einheit Radiant vorliegt. Die Verstärkung der Störgröße durch  $K_{F,FFW}$  ist vor der Addition mit dem Ausgang des proportionalen Teils ausreichend. Das Ergebnis der Addition wird durch die Zeitkonstante  $T_{FFW}$  dividiert und anschließend integriert. Zum Vervollständigen des PT1-Gliedes ist der Ausgang des Integrators auf den vorherigen Summationspunkt zurückgeführt. Dadurch wird der Ausgang von der Summe subtrahiert, die sich aus dem proportionalen Teil und der aufgeschalteten Störgröße ergibt.

Der Brennstoffmassenstrom am Ausgang des Reglers liegt als Differenzgröße vor, sodass eine Addition mit dem initialen Brennstoffmassenstrom erfolgt. Nach seiner Limitierung bildet dieser absolute Brennstoffmassenstrom schließlich den Ausgang des Reglers und liegt am Eingang des Bereichsmodells an.

### 6.1.3 Das geregelte Bereichsmodell in SIMULINK

Die Kombination von Regler und Bereichsmodell bildet letztlich das geregelte Triebwerksmodell und ist in Abbildung 6.3 dargestellt. In den Blöcken Regler und Bereichsmodell befinden sich die in den Abschnitten zuvor veranschaulichten Blockschaltbilder. Als weitere Komponente ist dem geregelten Modell ein Block hinzugefügt, der den Brennstoffmassenstrom im Regler sowie die HR-Drehzahl im Bereichsmodell automatisch initialisiert. Der Block beinhaltet



**Abbildung 6.3:** Implementierung des geregelten Bereichsmodells in SIMULINK

die Tabellen der Trimmgrößen, ist jedoch von dem Antriebsmoment abhängig. So können die Anfangsbedingungen des Systems durch eine manuelle Vorgabe des erwarteten Antriebsmomentes gesetzt werden. Dieses entspricht meist direkt dem Lastmoment, da anfangs keinerlei Momente durch beschleunigte Massen wirken.

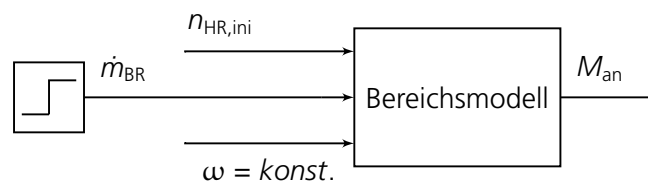
Neben dem initialen Antriebsmoment gehört der kollektive Steuerwinkel für die Störgrößenaufschaltung und die Winkelgeschwindigkeit des Niederdruckrotors zu den Eingängen des geregelten Bereichsmodells. Als einziger Ausgang verbleibt das Antriebsmoment.

## 6.2 Verwendete Simulationsumgebungen

Abgesehen von Unterabschnitt 6.2.3 wird in allen Simulationsumgebungen das ungeregelte Bereichsmodell betrachtet. Die Erweiterung um die Regelung erfordert lediglich das Ersetzen des ungeregelten Triebwerksmodells durch das im vorangegangenen Abschnitt vorgestellte geregelte Bereichsmodell.

### 6.2.1 Triebwerksverhalten

Wie in Abbildung 6.4 zu erkennen, erfordert die Simulation des Triebwerksverhaltens keine besondere Ergänzung des Bereichsmodells. Zum Triebwerksverhalten zählt beispielsweise die Reaktion auf einen Sprung im Brennstoffmassenstrom. Für die Simulation dieser Reaktionen ist die Initialisierung und das Setzen der konstanten NR-Drehzahl in Verbindung mit dem Sprung ausreichend.



**Abbildung 6.4:** Umgebung zur Simulation des Triebwerksverhaltens

## 6.2.2 Erweiterung mit einem Lastmodell

Die Betrachtungen aus Abschnitt 5.3 liefern die Grundlage für das Lastmodell in SIMULINK. In Verbindung mit dem geregelten Bereichsmodell kommt das Lastmodell zur Optimierung der Reglerparameter zum Einsatz. Bezogen auf die Winkelgeschwindigkeit der Zapfwelle  $\omega$  ergibt sich aus Gleichung 5.3 die Gleichung 6.1.

$$\omega = \frac{1}{J_{TS,\omega}} \int (M_{an,\omega} - M_{Mast,\omega}) dt \quad (6.1)$$

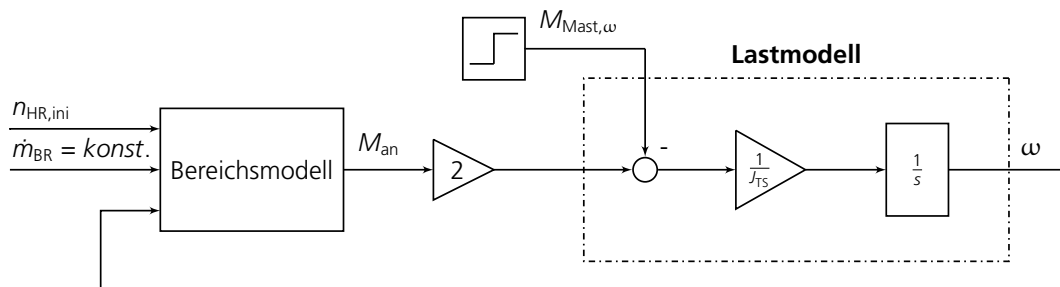
Das Verwenden der Gleichung setzt die Berechnung der äquivalenten Triebstrangträgheit an der Zapfwelle  $J_{TS,\omega}$  voraus. Die Grundlage der Umrechnung bildet die Energiegleichung 6.2.

$$\frac{1}{2} J_{TS,\omega} \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} J_{TS,\Omega} \cdot \Omega^2$$

$$J_{TS,\omega} = J_{TS,\Omega} \cdot \frac{1}{\dot{\omega}^2} \quad (6.2)$$

$$\text{mit } \ddot{\omega} = \frac{\omega}{\Omega}$$

Anschließend kann Gleichung 6.1 als Blockschaltbild umgesetzt werden. Abbildung 6.5 zeigt das Resultat. Das Mastmoment  $M_{Mast,\omega}$  ist als Eingangsgröße des Lastmodells zu verstehen. Es wird wie in Gleichung 6.1 von dem Antriebsmoment subtrahiert und durch die äquivalente Trägheit des Triebstrangs dividiert. Das Ergebnis dieser Rechenoperation ist die Winkelbeschleunigung der Zapfwelle bzw. des Niederdruckrotors. Die anschließende Integration der Beschleunigung führt zur Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Im Integrator-Block ist dazu die Anfangsbedingung auf die Winkelgeschwindigkeit zu setzen, die der Anfangsdrehzahl von  $n_{NR} = 100\%$  entspricht. Mithilfe der Rückführung steht dem Bereichsmodell die Winkelgeschwindigkeit anstelle der NR-Drehzahl zur Verfügung.



**Abbildung 6.5:** Umgebung zur Simulation des Triebwerksverhaltens bei Last

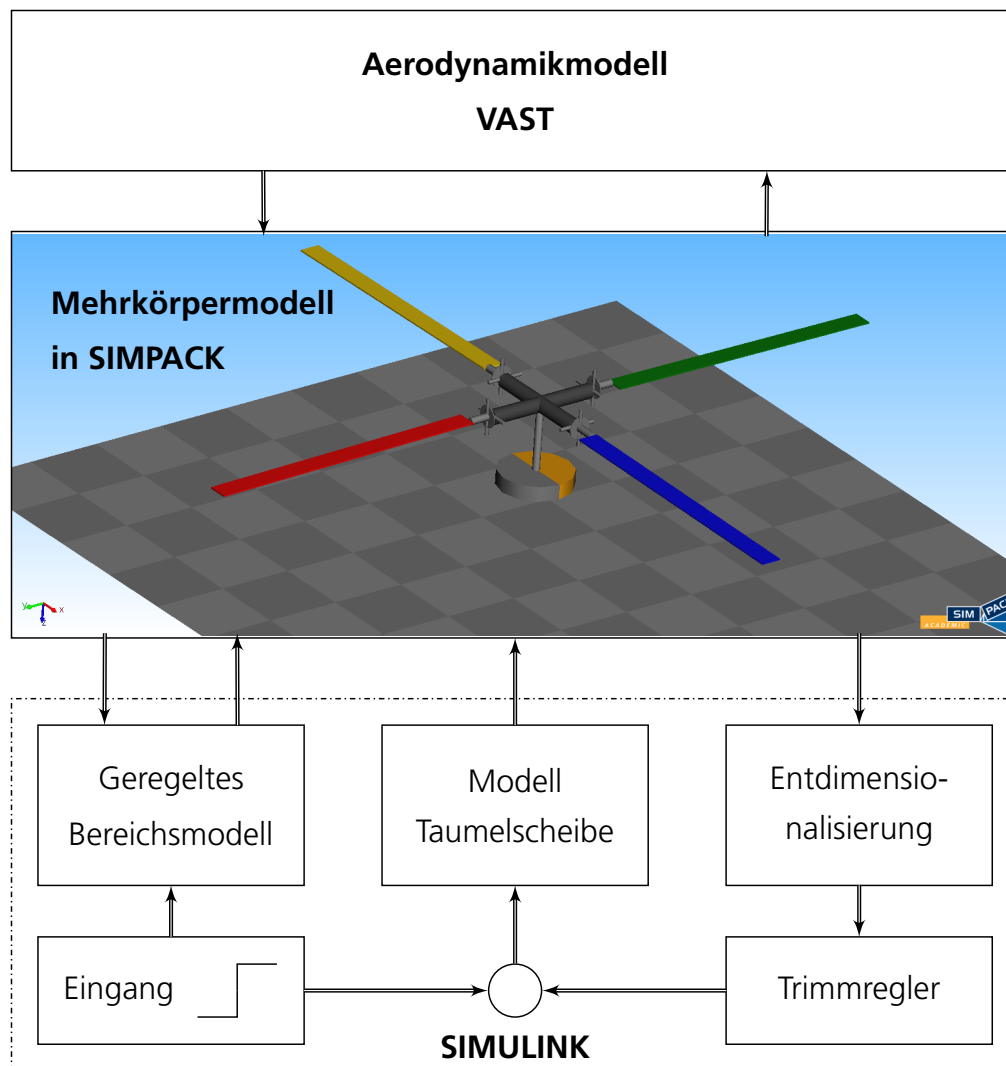
Durch einen konstanten Brennstoffmassenstrom kann die Reaktion eines Lastsprungs auf das System simuliert werden. Die Last wird dabei über das Mastmoment aufgebracht. Da der Hubschrauber Bo 105 über zwei Triebwerke verfügt, erfolgt die Verdopplung des Antriebsmomentes. Die Trägheit beider Triebwerke ist bereits in der Triebstrangträgheit inbegriffen. So entspricht die Reaktion des Modells den realistischen Gegebenheiten und das Lastmodell ist für Simulationen der Flugversuche vorbereitet. Während der Simulation der Flugversuche wird der Brennstoffmassenstrom von dem Triebwerksregler vorgegeben.

### 6.2.3 Kopplung mit SIMPACK zur Validierung des Modells

Zur Validierung des Bereichsmodells werden die Programme SIMULINK, SIMPACK und VAST miteinander gekoppelt. Um einen Überblick der Programme sowie ihrer Schnittstellen zu erhalten, wird beides im Folgenden erläutert und durch Abbildung 6.6 veranschaulicht.

- In SIMULINK implementierte Modelle übernehmen die Steuerung und den Antrieb des Triebstrangs. Eine Schnittstelle zu SIMPACK ermöglicht den Austausch der dazu notwendigen Größen. Zudem werden darüber allgemeine Einstellungen der Simulation kommuniziert.
- In dem Mehrkörpersimulationsprogramm SIMPACK ist die Ersatzträgheit des Triebstrangs sowie der Hauptrotor der Bo 105 modelliert. Das Modell verfügt über eine Schnittstelle zu SIMULINK und erhält so die Blatteinstellwinkel sowie die Antriebsmomente der Triebwerke. Für den Trimm des Gesamtmodells und die Regelung der Triebwerke gibt das Mehrkörpermodell Kräfte und Momente am Mast sowie die Winkelgeschwindigkeit der Zapfwelle zurück. Eine weitere Schnittstelle koppelt das Mehrkörpermodell mit VAST.
- Das am DLR entwickelte Programm VAST ist auf die Simulation aerodynamischer Vorgänge spezialisiert. Über eine Schnittstelle zu SIMPACK erhält VAST die Raumlagen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Rotorblätter aus dem Mehrkörpermodell. Anhand der übergebenen Parameter berechnet VAST die resultierenden aerodynamischen Kräfte und Momente, die auf die jeweiligen Rotorblätter wirken. Anschließend gibt VAST die Größen an das Mehrkörpermodell zurück.

Der Aufbau des gekoppelten Modells stellt den sogenannten Windkanalfall nach. Wie bei Flugversuchen ist der Rotor im Windkanal für den Vorwärtsflug nach vorne geneigt. Die Neigung der Rotorebene ändert sich während der Simulation nicht, da im Windkanal mit Ausnahme der Hauptrotordrehzahl alle Freiheitsgrade der Nabe gesperrt sind. Aufgrund der Fixierung erfolgt der Trimm des Gesamtmodells so, dass die nötige Schubkraft erreicht wird und kein Nick- sowie Rollmoment wirkt. Im getrimmten Zustand muss die Schubkraft sowohl die Gewichtskraft des Hubschraubers als auch Vortriebswiderstände kompensieren, wodurch ihre Einstellung mittels kollektiver Steuereingaben erforderlich ist. Der Ausgleich des Nick- und Rollmoments wird durch die Einstellung des zyklischen Steuers erreicht. Das Einstellen der drei Größen erfolgt zu Beginn jeder Simulation mithilfe eines Trimmreglers, der so konfiguriert ist, dass nach einer Simulationszeit von  $t_{\text{SIM}} = 18 \text{ s}$  kein weiterer regulierender



**Abbildung 6.6:** Umgebung zur gekoppelten Simulation mit SIMPACK

Eingriff erfolgt. Zum Bilden der Regeldifferenz werden die Istgrößen der Kräfte und Momente am Mast des Mehrkörpermodells ermittelt und im SIMULINK-Modell entdimensionalisiert. Die dimensionslose Angabe von Kräften und Momenten mithilfe von Beiwerten ist in dem Bereich der Hubschraubersimulation üblich, weshalb diese Praktik hier übernommen wird. Im Anschluss erfolgt die Weitergabe der Beiwerte an den Trimmregler.

Notwendige Parameter der Entdimensionalisierung und des Trimmreglers werden von einer MATLAB-Konfigurationsdatei berechnet, sodass die Parameter anschließend dem SIMULINK-Modell zugewiesen werden können. In der Datei erfolgt zudem die Angabe des Hubschraubergewichts, um das Mastmoment im getrimmten Zustand an das Mastmoment der Flugversuche anzugleichen. Die Hubschraubermasse liegt dabei über dem maximalen Abfluggewicht der Bo 105. Für dieses Phänomen können die getroffenen Annahmen des aerodynamischen Modells, wie z.B. die Vernachlässigung der Blattspitzenverluste, verantwortlich gemacht werden. Die Konfigurationsdatei – mit der die Simulation gestartet wird – ist so aufgebaut, dass

neben der Einstellung der Simulationszeit (Start- und Endzeit) sowie der Größe der Zeitschritte lediglich die Nummer des Versuchs mit der Variablen *Run* angegeben werden muss.

Die Variable wird im SIMULINK-Modell dem gleichnamigen Block *Run* zugewiesen, der sich innerhalb des Blocks *Eingang* befindet. Weiterhin enthält *Eingang* schaltende Glieder, deren Schalterstellungen von *Run* abhängen. Mit diesen Gliedern erfolgt die Wahl der Eingangssignale  $\theta_0$  und  $d_0$ , passend zum jeweiligen Flugversuch. Die Eingangssignale sind dazu im SIMULINK-Modell hinterlegt. Vom Block *Eingang* verzweigen sich die Signale zu den Eingängen des Taumelscheibenmodells und des geregelten Bereichsmodells. Zuvor wird  $\theta_0$  mit dem kollektiven Einstellwinkel aus dem Trimmregler addiert. Die Aufgabe des Taumelscheibenmodells ist die Übersetzung der Steuereingaben der zyklischen und kollektiven Steuerwinkel in das drehende System des Rotors. Dazu benötigt das Modell neben den Steuereingaben die Zustände Rotorwinkel, -drehzahl und -beschleunigung. Der Ausgang des Modells besteht aus individuellen Einstellwinkeln, Änderungsraten der Winkel und Winkelbeschleunigungen für jedes Rotorblatt im Mehrkörpermodell.

Aufgrund der gewählten Regelung wird das Eingangssignal  $d_0$  für die Störgrößenaufschaltung im geregelten Bereichsmodell benötigt. Die Initialisierung des Bereichsmodells wird aus Übersichtsgründen von außen zugeführt, ist jedoch nicht in Abbildung 6.6 dargestellt. Ein sinnvoll gewähltes initiales Antriebsmoment kann die Zeit zum Trimmen des Gesamtmodells verkürzen. Im Fall der Flugversuche ist die Angabe des Antriebsmoments sinnvoll, das im ausgetrimmten Zustand vor dem Versuch erwartet wird. Der Wert bezieht sich dabei auf die Zapfwelle. Von einem ausgetrimmten Zustand ist im Rahmen der Validierung ab einer Simulationszeit von  $t_{\text{SIM}} = 20 \text{ s}$  auszugehen, weshalb alle Versuche erst zu diesem Zeitpunkt starten.

Ein weiteres Hilfsmittel, um einen getrimmten Zustand schnell zu erreichen, ist der parallel zum proportionalen Teil des Triebwerksreglers geschaltete integrale Teil (s. Abbildung 6.2). Dieser wird jedoch wie der Trimmregler ausschließlich für den Trimm vor einem Versuch verwendet, weshalb der integrale Teil ab  $t_{\text{SIM}} = 18 \text{ s}$  keinen weiteren Eingriff vornimmt. Der integrale Teil des Triebwerksreglers kann als Modell für die manuelle Trimmung der Hauptrotordrehzahl durch den Piloten interpretiert werden. Von dem ursprünglichen Vorhaben, die Hauptrotordrehzahl als Regelgröße des Triebwerksreglers zu verwenden, wird vorbereitend auf künftige Untersuchungen abgesehen.<sup>1</sup> Stattdessen erhält das geregelte Bereichsmodell die Winkelgeschwindigkeit der Zapfwelle, die sich proportional zur Hauptrotordrehzahl verhält. Das Antriebsmoment bleibt als einziger Ausgang des Bereichsmodells bestehen und wird an das Mehrkörpermodell weitergegeben.

Wie in Abbildung 5.2 wirkt das Antriebsmoment der Triebwerke im Mehrkörpermodell an der Ersatzträgheit des Triebstrangs. Von dort wird das Moment durch eine starre Verbindung, die den Hubschraubermast abbildet, auf die Rotornabe übertragen. Für die Validierung wird keine detaillierte Betrachtung der Trägheiten und Steifigkeiten des Getriebes angestrebt, sie ist jedoch in künftigen Studien geplant. Ungeachtet der gelenklosen Rotorblätter des Bo 105 Rotors, sind die starren Blätter im Modell gelenkig an der Rotornabe aufgehängt. Diese Torsions-, Schlag- und Schwenkgelenke befinden sich an den äquivalenten Gelenkpositionen,

<sup>1</sup>In Zukunft soll im Mehrkörpermodell ein Getriebe integriert werden, wodurch die Schnittstelle auf die Zapfwellen verlagert wird.

deren Parameter aus Tabelle A.1 entnommen werden können. Das Verwenden von Ersatzgelenken sowie einfachen Feder- sowie Dämpferelementen stellt ein gängiges Vorgehen der Hubschraubersimulation dar und verleiht dem Rotormodell annähernd die Eigenschaften eines gelenklosen flexiblen Rotors.<sup>2</sup> Da Gelenke keine Momente übertragen, wird hier eine weitere Vereinfachung durch den Einsatz der Ersatzgelenke getroffen. Mithilfe von Markern, die an den Rotorblättern fixiert sind, kann die Bewegung der Blätter bestimmt und über Steuereingaben beeinflusst werden. Des Weiteren finden die Marker als Angriffspunkte der aerodynamischen Kräfte aus VAST Verwendung.

VAST ist im Fall der hier angestrebten Validierung für stationäre Strömungen am Hauptrotor der Bo 105 bei einer longitudinalen Geschwindigkeit von 80 kn konfiguriert. Außerdem berücksichtigt die Konfiguration ein Modell der induzierten Geschwindigkeiten. Ein solches Modell ist notwendig, da die Änderung der induzierten Geschwindigkeiten die benötigte Flugleistung beeinflusst.

---

<sup>2</sup>Äquivalente Gelenkpositionen finden in der Modellierung gelenkloser Rotorblätter häufig Anwendung, um elastomechanische Betrachtungen zu vermeiden. Die entsprechende Positionierung und die Wahl der Gelenksteifigkeiten sowie -dämpfungen sind für diese Eigenschaften ausschlaggebend. Genannte Kenngrößen für die Bo 105 sind in Tabelle A.1 als Ausschnitt von [22, 6] hinterlegt.



# 7 Validierung des geregelten Triebwerks anhand von Flugversuchsdaten

Zur Identifikation der Reglerparameter ist die Nutzung eines Modells mit schlichtem Aufbau zweckmäßig, wodurch eine intensive Auslastung von Rechenkapazitäten vermieden wird. Diese Anforderung liegt dem Optimierungsverfahren zugrunde, bei dem die Zielfunktion mit einer Häufigkeit im dreistelligen Zahlenbereich evaluiert wird. Eine Evaluierung entspricht der vollständigen Simulation eines Versuches. Die Minimierung der Zeit, die für eine Simulation benötigt wird, ist hierbei von Vorteil. Da die Verwendung des Triebwerksmodells in komplexen Modellen angestrebt wird, soll die Validierung mithilfe eines vergleichbar komplexen Modells stattfinden.

Das zur Validierung verwendete Modell nach Unterabschnitt 6.2.3 bildet einen Aufbau des Bo 105 Hauptrotors in einer Prüfstands Umgebung ab. Im Vergleich zum frei fliegenden Hubschrauber unterliegt das Modell vereinfachenden Annahmen. So äußern sich Schubvariationen beispielsweise lediglich in Form größerer Schnittkräfte im Rotormast, nicht aber durch Vertikalbeschleunigung der Hubschrauberzelle. Dennoch eignet sich das Modell als Näherung für den Freiflug.

## 7.1 Konfiguration der gekoppelten Simulation

Zu Beginn der Simulation sind einige Einstellungen in der Konfigurationsdatei vorzunehmen. Die Konfigurationsdatei umfasst die Angabe der Simulationszeit und die Größe der Zeitschritte. Die Simulationszeit wird für die Validierung mit  $t_{\text{SIM}} = (0, \dots, 40) \text{ s}$  angegeben. Davon ausgenommen ist Versuch 19, der die Simulationszeit  $t_{\text{SIM}} = (0, \dots, 75) \text{ s}$  benötigt. Die Wahl der Schrittweite trifft SIMULINK bei allen Versuchen automatisch. Weitere Größen, die in der Datei angegeben werden, sind die Masse des Hubschraubers sowie das im getrimmten Zustand benötigte initiale Antriebsmoment. Da sich das Mastmoment im getrimmten Zustand zwischen den Versuchen unterscheidet und die longitudinale Geschwindigkeit in allen Versuchen gleich ist, muss der Zielschub des Hubschraubers angepasst werden. Grund dafür sind die in Unterabschnitt 6.2.3 beschriebenen Vorgänge während der Trimmung des Modells. Die Parameter sind in der Konfigurationsdatei gespeichert und können durch das Setzen der Variablen *Run* auf die jeweilige Versuchsnummer ausgewählt werden. Mithilfe der Variablen *Run* erfolgt ebenso die Wahl der Eingangssignale passend zum Versuch.

Die Eingangssignale bestehen aus den im Flugversuch gemessenen Größen  $d_0$  und  $\theta_0$ . Ungeachtet des messtechnischen Aufwandes, ist eine Referenz zur absoluten Angabe der Einstellwinkel oft nicht gegeben. Demnach wird lediglich die Änderung des Blatteinstellwinkels aus den Messungen beachtet, sodass das relative Signal zu Beginn des Versuchs ( $t_{\text{SIM}} = 20 \text{ s}$ ) null ergibt. Dieses Signal wird anschließend auf den Blatteinstellwinkel des Trimmreglers addiert. Die Verwendung eines relativen Signals wird für die Störgrößenaufschaltung der Triebwerksregelung übernommen. Da der integrale Teil des Triebwerksreglers den Brennstoffmassenstrom vor dem Versuch trimmt, ist gegenüber der absoluten Stellung des Kollektivhebels keine Änderung in der Charakteristik des Reglers zu erwarten.

## 7.2 Beurteilung der Modellgüte

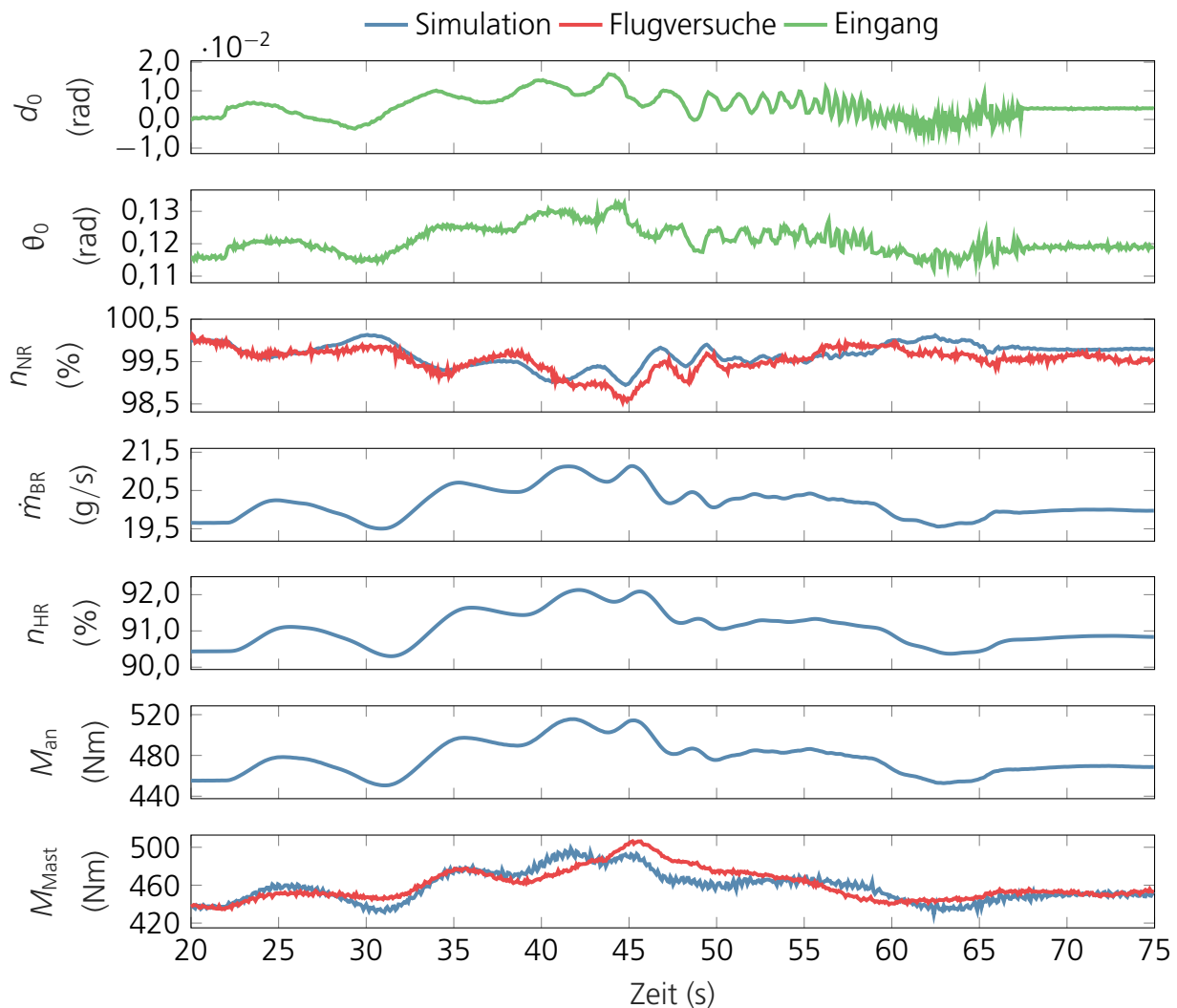
Die Ergebnisse der Validierung werden in den folgenden Diagrammen dargestellt und anschließend diskutiert. Davon ausgenommen sind die Ergebnisse der Versuche 5 und 14, die sich im Anhang in Abbildung C.1 befinden. Der Aufbau der Diagramme ist für jeden Versuch gleich und wird anhand von Versuch 19 beschrieben, dessen Ergebnisse in Abbildung 7.1 zu sehen sind.

Der obere Teil der Diagramme zeigt die beiden Eingangssignale in Grün. Wie bereits beschrieben, beinhalten diese die relative Stellung des Kollektivhebels  $d_0$  und den Blatteinstellwinkel  $\theta_0$ . Die Verläufe der Eingangsgrößen entsprechen hierbei den Verläufen der Messgrößen aus den Flugversuchen. Die Stellung des Kollektivhebels wird dem Triebwerksregler für den Eingang der Störgrößenaufschaltung zugeführt. Der Blatteinstellwinkel ist bereits das Ergebnis aus der Addition des getrimmten Einstellwinkels mit dem relativen Einstellwinkel, sodass eine direkte Weitergabe an das Taumelscheibenmodell erfolgen kann.

Als dritte Größe wird die Drehzahl der Niederdruckstufe beider Triebwerke aus der Simulation in Blau gezeigt. Mit dem verwendeten einfachen Mehrkörpermodell sind die Drehzahlen beider Triebwerke die selben. In künftigen Untersuchungen können sich die Drehzahlen z.B. durch die detaillierte Betrachtung von Getriebesteifigkeiten unterscheiden. Aufgrund der starren Verbindung der Niederdruckstufen des Modells, repräsentiert die NR-Drehzahl zugleich die Hauptrotordrehzahl. Für einen direkten visuellen Vergleich ist die Hauptrotordrehzahl aus den jeweiligen Flugversuchen als roter Graph eingezeichnet.

Da keine Messdaten für Brennstoffmassenstrom, HR-Drehzahl und Antriebsmoment vorliegen, bleibt eine Gegenüberstellung mit den Messgrößen in den anschließenden drei Diagrammen aus. Ungeachtet dessen besteht die Möglichkeit, weitere Informationen aus den Zeitverläufen der drei Größen zu schließen. Beispielsweise können Limitierungen des Brennstoffmassenstroms oder die Auslastung der Triebwerke anhand der Diagramme beobachtet werden.

Zuletzt wird das Mastmoment der Simulation in Blau mit dem der Flugversuche in Rot verglichen. Da das Mastmoment innerhalb der Validierung gegenüber der Verifikation nicht als Eingangsgröße dient, kann es neben der HR-Drehzahl als weiterer Vergleich zu den Flugversuchen herangezogen werden. Wie auch bei der HR-Drehzahl, erfolgt der Abgriff des

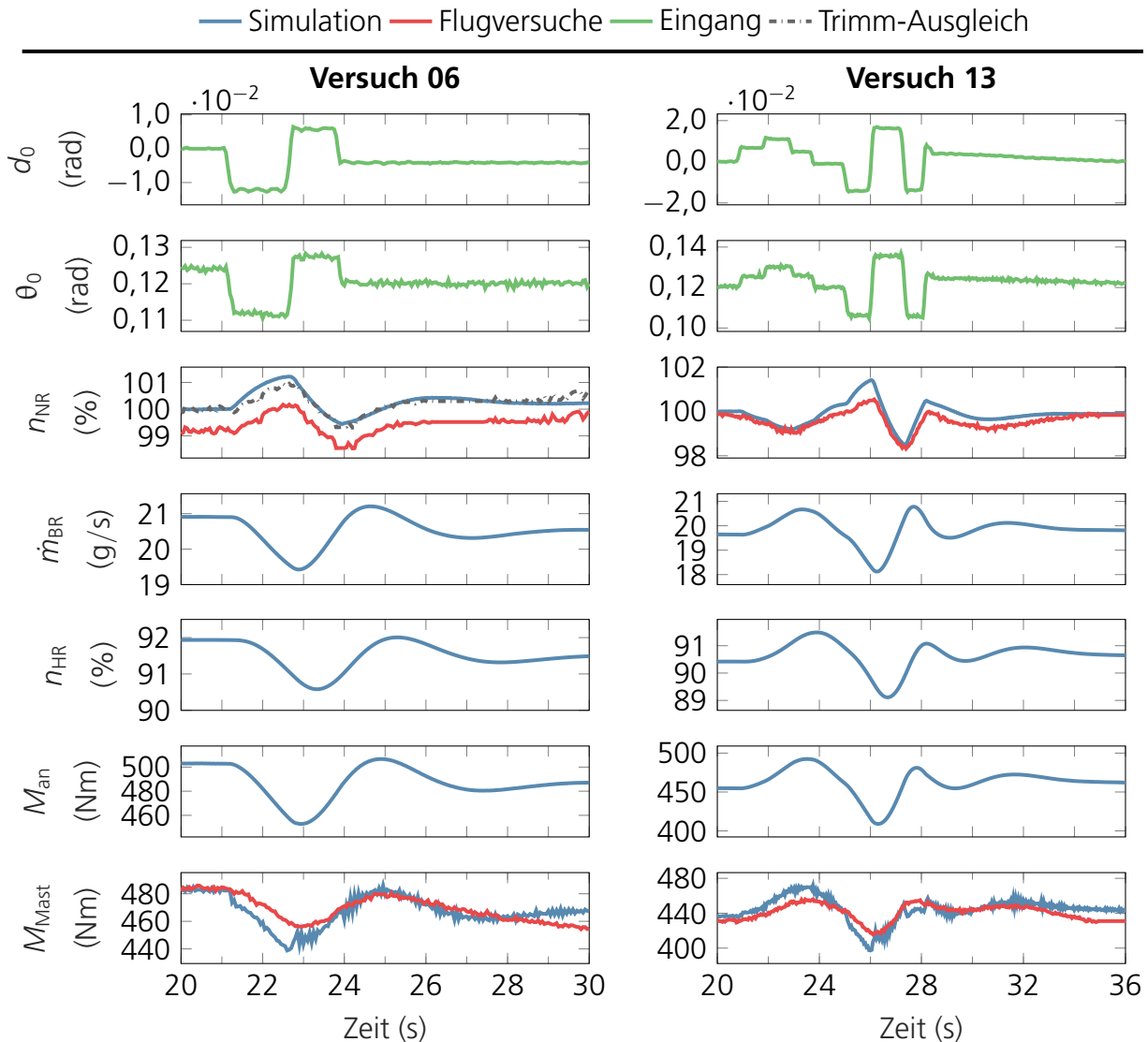


**Abbildung 7.1:** Ergebnis der gekoppelten Simulation von Versuch 19

Mastmomentes im Mehrkörpermodell an der starren Verbindung zwischen der Ersatzträgheit des Triebstrangs und der Rotornabe. Die angegebenen Drehmomente beziehen sich auf die Zapfwellen der Triebwerke, wodurch der Vergleich mit dem Antriebsmoment vereinfacht wird.

Die Anregung mit einer veränderlichen Frequenz am Kollektivsteuer ist Versuch 19 zugeordnet. In Kapitel 5 werden mithilfe dieses Versuchs die Reglerparameter ermittelt. Der Aufbau des Modells aus Kapitel 5 sieht das Mastmoment als Belastung für die Triebwerke vor. Im Unterschied dazu wird das gekoppelte Modell durch die Kräfte belastet, die von dem aerodynamischen Modell ausgehen. Die geringen Abweichungen zwischen der Simulation und den Messdaten zeigen, dass sich das gekoppelte Modell nicht nur zur Validierung eignet, sondern beide Modelle auch vergleichbar sind. Bezüglich des Brennstoffmassenstroms und der HR-Drehzahl werden keine Auffälligkeiten beobachtet.

Die Simulationsergebnisse der Versuche 6 und 13 sind in Abbildung 7.2 dargestellt. Die linke Seite der Abbildung beinhaltet die Größen von Versuch 6, bei dem ein doppelter Sprung am Kollektivhebel eingegeben wird (siehe Tabelle 5.1). Auf der rechten Seite sind die Verläufe von Versuch 13 zu erkennen, die das Ergebnis der Mehrfachsprungeingabe darstellen.



**Abbildung 7.2:** Ergebnis der gekoppelten Simulation von Versuch 06 (links) und Versuch 13 (rechts)

Auffällig am Diagramm der Niederdruckrotordrehzahl von Versuch 6 ist der verschobene Verlauf. Dieser Versatz ist bereits in den FVD enthalten, was durch eine nicht exakt auf 100 % getrimmte Hauptrotordrehzahl vor dem Flugversuch begründet ist. Um den visuellen Vergleich zu vereinfachen, ist die Drehzahl der Messung mit dem Ausgleich des Versatzes um +0,78 % erneut in Grau eingefügt. Die gemessene Drehzahl von Versuch 13 liegt im getrimmten Zustand ebenfalls um etwa 0,16 % unter 100 %. Auf eine visuelle Korrektur wird bei der vergleichsweise geringen Abweichung verzichtet.

Charakteristisch für die Verläufe der simulierten Mastmomente in beiden Versuchen sind die hochfrequenten Schwingungen im Anschluss an die Sprungeingaben. Die Schwingungen können auf die Rückwirkung der Rotoreigendynamik auf den Mast zurückgeführt werden. Für hochfrequente Schwingungen, die an anderen Stellen auftreten, ist die Ursache im Messrauschen der Eingangssignale begründet. Das Messrauschen kann sich – aufgrund der Übernahme der Eingangssignale aus den FVD – auf die Simulation auswirken. Insgesamt decken sich sowohl die Niederdruckrotordrehzahl als auch das Mastmoment gut mit den Messungen. In beiden Versuchen fallen jedoch im Verlauf des Mastmomentes deutliche Sprünge zum Zeitpunkt der sprunghaften Steuereingaben auf. Anhand von Versuch 13 ist erkennbar, dass die Drehmomentsprünge lediglich bei großen Änderungen der Steuerwinkel auftreten.

Mit Blick auf den Brennstoffmassenstrom stellt sich heraus, dass dieses Phänomen nicht in dem Durchgriff der Störgrößenaufschaltung begründet ist. Unterabschnitt 4.4.2 eruiert bereits einen direkten Durchgriff eines sprunghaften Brennstoffmassenstroms auf das Antriebsmoment. Da der Störgrößenaufschaltung im Triebwerksregler jedoch ein Verzögerungsglied nachgeschaltet ist, wird ein Sprung des Brennstoffmassenstroms und damit der Durchgriff auf das Antriebsmoment verhindert. Da auch im Verlauf des Antriebsmomentes keine Sprünge zu erkennen sind, ist dieses Phänomen auf das Mehrkörper- oder Aerodynamikmodell zurückzuführen.

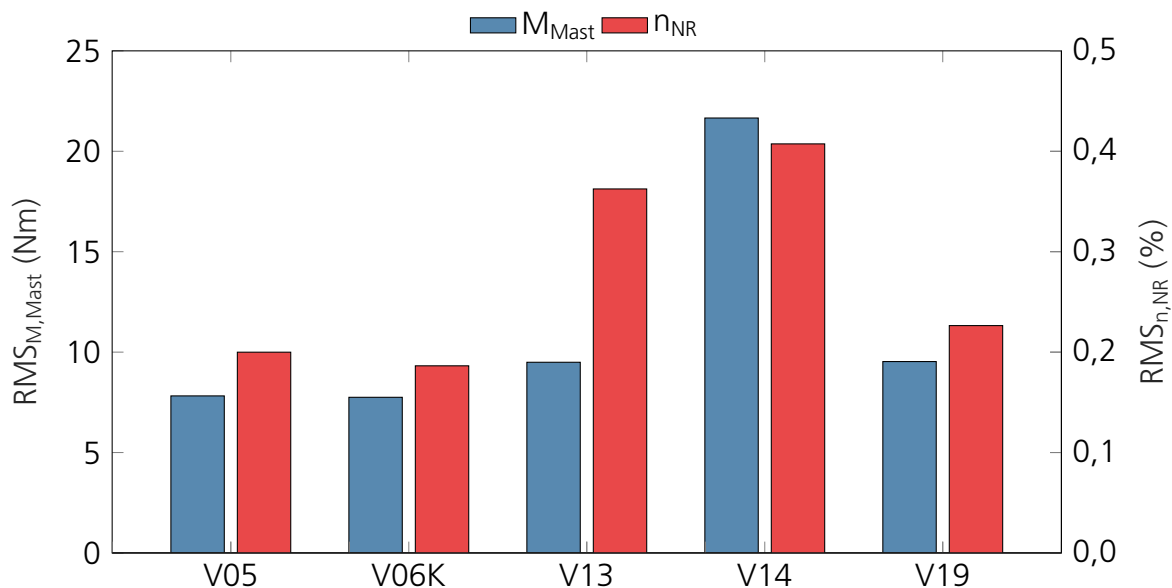
Der Sprung im Mastmoment ist bei Versuch 6 für etwa zwei Sekunden zu erkennen. Effekte instationärer Strömungen an den Rotorblättern treten meist innerhalb eines kürzeren Zeitintervalls auf. Demnach kann die Vernachlässigung der instationären Strömung durch die stationäre Konfiguration von VAST als Ursache ebenfalls ausgeschlossen werden.

Eine weitere Komponente, die als Ursache für die Sprünge in Frage kommt, ist der Heckrotor. Seine Aufgabe ist der Ausgleich des Reaktionsmomentes, das von dem Hauptrotor ausgeht. Fällt die Last von dem Hauptrotor infolge einer Änderung des Einstellwinkels ab, so sinkt auch der Leistungsbedarf des Heckrotors. Darauf steht dem Hauptrotor zunächst ein höheres Drehmoment zur Verfügung. Der Heckrotor wird jedoch von dem gekoppelten Modell nur pauschal mit 10 % des Antriebsmomentes berücksichtigt, wodurch das Drehmoment am Hauptrotor bzw. Mast nicht erhöht werden kann. Um weitere Analysen des Phänomens zu untersuchen, kommt ein einfaches Modell des Heckrotors zum Einsatz. Dieses umfasst die Berechnung des benötigten Schubs zum Ausgleich des Mastmomentes und der anschließenden Bestimmung der Rotorleistung mittels Strahltheorie. Über die Heckrotordrehzahl kann das anliegende Drehmoment letztlich ermittelt werden. Das Heckrotormoment wird während der Simulation - in Abhängigkeit des Mastmomentes - von dem Antriebsmoment subtrahiert. Als Ergebnis erbringt diese Erweiterung keinen nennenswerten Ausgleich der Sprünge im Mastmoment.

Abschließend muss die Modellierung des gekoppelten Modells selbst als Ursache in Betracht gezogen werden. Wie in Unterabschnitt 6.2.3 beschrieben, stellt das Modell einen Aufbau im Windkanal nach, der nicht direkt mit einem frei fliegendem Hubschrauber vergleichbar ist. Der translatorische Freiheitsgrad in vertikaler Richtung ist auf dem Prüfstand fixiert, sodass damit verbundene Effekte nicht auf das Mastmoment wirken können. Solche Effekte sind beispielsweise die Beschleunigung des Hubschraubers in vertikaler Richtung.

Eine weitere Annahme, die für die Sprünge des Mastmoments in Frage kommt, betrifft die inelastische Modellierung von Komponenten des Rotor-Triebstrang-Systems. Insbesondere die starre Modellierung des Hubschraubermasts beinhaltet eine unverkennbare Vereinfachung, da die Steifigkeit des Masts nach [23] zu den niedrigsten Steifigkeiten im Triebstrang gehört. Ein ähnlicher Sachverhalt liegt bei der Modellierung der Rotorblätter vor. Das einzelne starre Rotorblatt erhält durch den Einsatz äquivalenter Gelenke annähernd die Eigenschaften des elastischen Blatts, kann diese jedoch nie erreichen. Beispielhaft dafür ist die Torsion des Rotorblatts, die den Anstellwinkel über die Blattlänge kontinuierlich verändert. Dem starren Rotorblatt wird ein solches Verhalten niemals möglich sein, selbst mit der äquivalenten Torsionssteifigkeit am Blatthals. Die weitere Analyse dieser Zusammenhänge ist an dieser Stelle jedoch nicht zielführend, weshalb davon abgesehen wird.

Abbildung 7.3 zeigt die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMS) der Niederdruckrotordrehzahl (rot) sowie des Mastmomentes (blau) zusammenfassend für alle Versuche. Aus Übersichtsgründen werden zwei Skalen für die Ordinate verwendet, wobei die linke für den Fehler des Mastmomentes und die rechte für den Fehler der Niederdruckrotordrehzahl gilt. Der Fehler des Mastmomentes liegt bei den meisten Versuchen unter 10 Nm. Lediglich Versuch 14 sticht mit etwa 22 Nm heraus. Relativ zu dem absoluten Mastmoment vor den Steuereingaben ( $RMS_{rel,Mast} = RMS_{M,Mast} / M_{an,ini}$ ) ergibt das für Versuch 14 einen Fehler von 4,7 %. Im Vergleich dazu beträgt der niedrigste Fehler der gesamten Versuchsreihe 8 Nm bei Versuch 6. Der Bezug auf das getrimmte Mastmoment ergibt 1,7 %. Unter Beachtung der Sprünge im Mastmoment ist die Größe des Fehlers akzeptabel.



**Abbildung 7.3:** Gegenüberstellung der Abweichung (RMS) von  $M_{Mast}$  und  $n_{NR}$  aller Versuche

Ähnlich wie der Fehler des Mastmoments, ist der Fehler der Niederdruckrotordrehzahl auf die Versuche verteilt. Versuch 6 weist erneut den niedrigsten Fehler mit 0,19 % auf. Da die NR-Drehzahl prozentual angegeben wird, handelt es sich hierbei bereits um relative Größen. Zu dem niedrigen Drehzahlfehler von Versuch 6 trägt unter anderem die Kompensation

des Trimm-Versatzes bei, die zur Fehlerberechnung verwendet wird. Entsprechend ist die Beschriftung von Versuch 6 mit einem K gekennzeichnet. Eine weitere Auffälligkeit ist der Drehzahlfehler von Versuch 13. Anders als der Fehler des Mastmomentes, befindet sich der Drehzahlfehler des Versuchs nicht auf dem Niveau der anderen Versuche (abgesehen von Versuch 14). Als Grund hierfür kann die ausgebliebene Kompensation des geringen Versatzes von 0,16 % angeführt werden. Der Ausgleich um diesen Wert reduziert den Fehler bei Versuch 13 von 0,36 % auf 0,20 %, wodurch die Größenordnung der anderen Versuche erreicht wird. Mit einem maximalen Drehzahlfehler von  $RMS_{n,NR} = 0,41 \%$ , der erneut bei Versuch 14 auftritt, kann bei der NR-Drehzahl ebenfalls von einem akzeptablen Modellfehler gesprochen werden.

Die vorangegangenen Betrachtungen haben gezeigt, dass das geregelte Bereichsmodell des Allison Triebwerks in der Lage ist, die verfügbaren Flugversuche zusammen mit Modellen des Triebstrangs sowie der Aerodynamik abzubilden. Der Fehler gegenüber den Flugversuchen beträgt dabei maximal  $RMS_{rel,Mast} = 4,7 \%$ . Darin enthalten sind sprunghafte Änderungen des Mastmomentes, die sich während der Simulation bemerkbar machen. Die Ursache kann jedoch nicht auf das Bereichsmodell zurückgeführt werden. Im betrachteten Arbeitsbereich von  $n_{HR} = (88, \dots, 94) \%$  gilt das geregelte Bereichsmodell abschließend als validiert. Der Bereich ergibt sich in etwa durch die minimal und maximal auftretende HR-Drehzahl in allen Versuchen (s. Abbildung C.1).

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Um die Einflüsse des gesamten Triebstrangs der Bo 105 auf die Rotordynamik und Blattlasten in künftigen Untersuchungen analysieren zu können, wird ein quasi-nichtlineares Bereichsmodell der Allison 250-C20B Wellenleistungsgasturbine entwickelt. Die auch als *model-stitching* bekannte quasi-nichtlineare Formulierung basiert auf mehreren identifizierten Arbeitspunktmodellen, die in einem Bereichsmodell zusammengefasst werden. Dadurch ist es möglich, den gesamten Betriebsbereich des Triebwerks mit nur einem Modell abzubilden, ohne Verluste der Modellgüte in Kauf zu nehmen. Des Weiteren wird so ein diffiziles Modell hoher Ordnung vermieden, das auf den exakten physikalischen Beschreibungen des Triebwerks basiert. Vor der Anwendung der Methode müssen die bereits existierenden Arbeitspunktmodelle des Triebwerks auf eine Schnittstelle angepasst werden, die auch für weiterführende Forschungen sinnvoll ist. Ein Vergleich der Sprungantworten des ursprünglichen und modifizierten Arbeitspunktmodells plausibilisiert die Schnittstellenanpassung.

Anhand des beschreibenden Parameters  $\xi$  bzw. der optional gefilterten Variante  $\xi_f$  erfolgt im Bereichsmodell die Nachführung der Trimmgrößen und residualen Matrizen. Aus der Betrachtung des Übertragungsverhaltens im Frequenzbereich erschließt sich die Empfehlung, keine Filterung von  $\xi$  vorzunehmen. Gegenüber dem Arbeitspunktmodell führt eine Filterung im Bereichsmodell demnach zu einer Änderung der Modellcharakteristik. Entsprechend wird im Bereichsmodell von der Filterung abgesehen.

Das Bereichsmodell wird anschließend sowohl im stationären als auch im transienten Verhalten verifiziert. Die Verifikation des stationären Verhaltens beinhaltet das Ansteuern der Betriebspunkte – bei konstanter Niederdruckrotordrehzahl – im gesamten Arbeitsbereich des Triebwerks. Dabei erfolgt die Ansteuerung der Arbeitspunkte durch die Vorgabe des jeweiligen Brennstoffmassenstroms. Der Vergleich des sich daraufhin einstellenden Antriebsmoments mit den Messungen aus [14] und den Herstellerangaben ergibt die vollständige Verifizierung des stationären Modellverhaltens. Die Verifikation des transienten Verhaltens stellt Sprungantworten des Arbeitspunkt- und Bereichsmodells gegenüber und diskutiert diese. Als Anregung der Systeme kommen Sprünge im Brennstoffmassenstrom und Lastmoment zum Einsatz, wobei in ersterem die Niederdruckrotordrehzahl und letzterem der Brennstoffmassenstrom konstant bleibt. Der Sprung des Brennstoffmassenstroms deckt zwischen den Modellen unterschiedliche Zeitverläufe der Hochdruckrotordrehzahl sowie des Antriebsmoments auf. Die Unterschiede können als Ungenauigkeit des Arbeitspunktmodells durch die lineare Approximation der Triebwerkskennlinie identifiziert werden. Ab Lastpunkt 102,42 % zeigt sich das Verhalten des Bereichsmodells jedoch als unphysikalisch. Die Ursache für dieses Verhalten kann auf die Extrapolation der identifizierten Triebwerkskenngrößen ab Lastpunkt 96,8 % zurückgeführt werden, deren Auswirkungen sich erst ab Lastpunkt 102,42 % zeigen.



Da der konstante Brennstoffmassenstrom keine Änderung der Leistung bzw. Hochdruckrotordrehzahl hervorruft, ist bei einem Sprung des Lastmoments an allen Betriebspunkten die exakte Übereinstimmung im Verhalten beider Modelle zu beobachten. Die Gültigkeit des Bereichsmodells ist somit im Bereich von Arbeitspunkt 70 % bis 98,29 % verifiziert.

Mithilfe der Funktionsbeschreibung der Triebwerksregelanlage werden verschiedene Reglerstrukturen erarbeitet, die die Charakteristik der realen Regelanlage abbilden sollen. Nach der Bestimmung der Reglerparameter durch Einstellregeln und bekannten Werten aus [11] erfolgt die Optimierung der Parameter anhand vorliegender Flugversuchsdaten. Dazu erhält das Bereichsmodell eine Erweiterung um ein Lastmodell, das die Trägheit des Triebstrangs berücksichtigt. Zur Bewertung des Optimierungsergebnisses vergleicht ein Gütefunktional die Simulation mit den Flugversuchsdaten. Um die Übertragbarkeit der optimierten Reglerparameter in die Bewertung einfließen zu lassen, wird ein weiterer Flugversuch simuliert und dessen Fehler bewertet. Dieser Versuch unterscheidet sich von dem, der für die Optimierung Verwendung findet, in der Art der Steuereingabe. Ein bekannter Regler mit Störgrößenaufschaltung führt in beiden Versuchen mit  $RMS_{19} = 0,14\%$  und  $RMS_{13} = 0,26\%$  zu den geringsten Fehlern, sodass er als Regler des Triebwerksmodells ausgewählt wird.

Nachdem die Komponenten des geregelten Bereichsmodells definiert sind, folgt die Beschreibung der Implementierung des Modells in SIMULINK. Dabei wird nicht nur auf die Umsetzung des Reglers und des Bereichsmodells eingegangen, sondern auch auf die Kombination beider Bestandteile sowie die Simulationsumgebungen zur Erstellung der Simulationsdaten.

Eine der Simulationsumgebungen sieht die Kopplung mit dem Mehrkörpersimulationsprogramm SIMPACK vor, in dem das Rotor-Triebstrang-System des Hubschraubers modelliert ist. Das gekoppelte Modell kommt für die Validierung des geregelten Bereichsmodells zum Einsatz. Im Gegensatz zum Lastmodell, das für die Optimierung verwendet wird, werden die Triebwerke hier durch ein Aerodynamikmodell in Abhängigkeit der Blatteinstellwinkel belastet. Die Validierung umfasst die Simulation von fünf Flugversuchen, aus denen drei ausführlich diskutiert werden. In jedem der simulierten Versuche tritt ein Sprung des Mastmomentes auf, dessen Ursache sich nicht durch die bisher angestellten Untersuchungen erklären lässt. Unter den betrachteten Ursachen findet sich die Störgrößenaufschaltung, das Aerodynamikmodell, der Heckrotor und der Aufbau des gekoppelten Modells in einer Prüfstands Umgebung wieder. Da keine Modellierung eines frei fliegenden Hubschraubers zur Verfügung steht, kann dieser Zusammenhang nicht weiter untersucht werden. Aufgrund des kontinuierlichen Antriebsmomentes kann das Triebwerksmodell jedoch in keinen Zusammenhang mit diesem Phänomen gebracht werden. Die Validierung ergibt einen maximalen Fehler gegenüber den Flugversuchen von  $RMS_{rel,Mast} = 4,7\%$  im Mastmoment und  $RMS_{n,NR} = 0,41\%$  in der Niederdruckrotordrehzahl. Da alle betrachteten Flugversuche im Betriebsbereich zwischen 88 % und 94 % der Hochdruckrotordrehzahl liegen, bezieht sich die Gültigkeit der Validierung auf diesen Bereich.

Zusammen mit weiteren Flugversuchsdaten besteht die Möglichkeit, den validierten Betriebsbereich durch die Identifikation der originalen Reglerstruktur aus [14] zu erweitern. Aufgrund der expliziten Beschreibung der Vorgänge im realen Regler wird mithilfe der originalen Reglerstruktur zudem eine Verbesserung des Modellfehlers erwartet. Sollten die Parameter des originalen Reglers weiterhin unzugänglich sein, ist die Identifikation mithilfe von Versuchen an der realen Regelanlage notwendig.

Die Gültigkeit des geregelten Bereichsmodells ist, neben der Annahme einer vereinfachten Reglerstruktur, durch die Identifikation des Triebwerks beschränkt. Eine Identifikation der Triebwerkskenngrößen findet in [14] lediglich bis zum Arbeitspunkt 96,8 % statt. Kenngrößen darüberliegender Arbeitspunkte werden demnach extrapoliert, weshalb die ungenaue bzw. ab Arbeitspunkt 102,41 % die unphysikalische Abbildung des Triebwerksverhaltens folgt. Die weiterführende Identifikation dieser Arbeitspunkte kann somit die Qualität des Bereichsmodells verbessern und lässt die Verifikation des gesamten Betriebsbereichs unbeschränkt zu.

In Zukunft soll eine Untersuchung der Rotor-Triebstrang-Dynamik mithilfe des geregelten Bereichsmodells erfolgen. Daher ist es von Interesse, die Ursache der Sprünge zu benennen, die im Mastmoment der gekoppelten Simulation auftreten. Einige Ursachen, die auch das geregelte Bereichsmodell einschließen, können bereits ausgeschlossen werden. Ungeklärt ist hingegen, ob die Modellierung des Rotor-Triebstrang-Systems als Prüfstands Aufbau zu den Sprüngen im Mastmoment führt. Die Versuche an einem frei fliegenden Hubschrauber sind infolge verschiedener Einschränkungen nicht direkt mit Versuchen auf einem Rotorprüfstand vergleichbar. Die Fixierung des vertikalen Freiheitsgrades stellt ein Beispiel dieser Einschränkungen dar. Für eine Überprüfung der Zusammenhänge ist demzufolge die Simulation mit einem Modell des frei fliegenden Hubschraubers anzustreben.

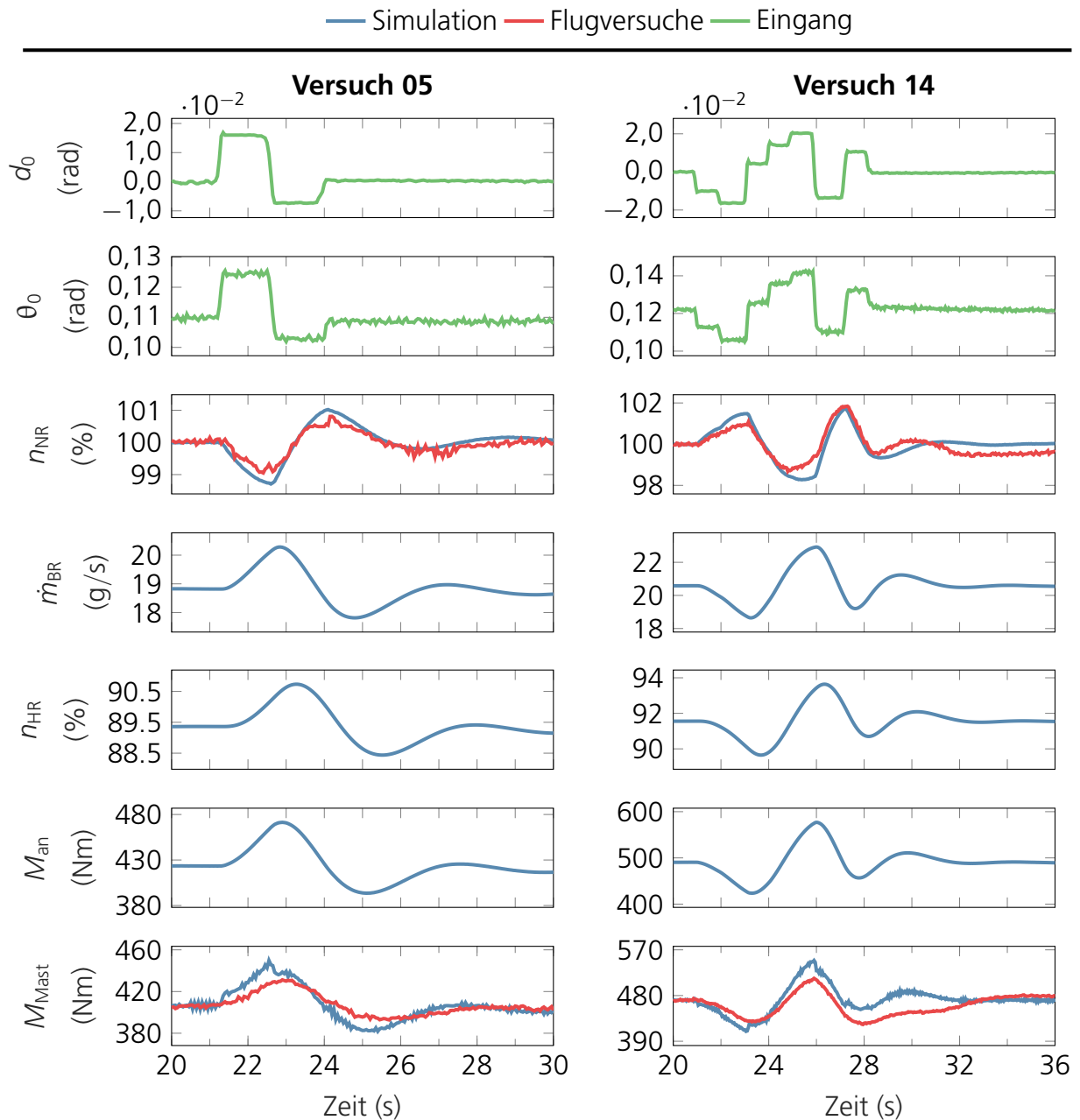
# A Technische Daten der Bo 105

Bezeichnung	Wert	Einheit
Gesamtlänge	11,86	m
Breite der Kufen	2,53	m
Besatzung	1+4	-
Max. Abfluggewicht	2300	kg
Triebwerke	2x RR/ Allison 250 C20B	
Max. Flughöhe	5182	m
Max. Reichweite	575	km
Max. Flugzeit	3,5	h
Max. Nutzlast	600	kg
Max. Brennstoffmenge	456	kg
Max. Reisegeschwindigkeit	120	kn
Masteinbauwinkel (nach vorne)	3	°
Anzahl Rotorblätter	4	-
Blattmasse	23,4	kg
Rotorkopftyp	gelenklos	-
Rotordurchmesser	9,82	m
Rotordrehfrequenz	44,4	rad/s
Rotorblattbauweise	Glasfaserverbund	-
fiktiver Schlaggelenkabstand	0,75	m
fiktive Schlagfederkonstante	-5849	Nm/rad
fiktiver Schwenkgelenkabstand	0,817	m
fiktive Schwenkfederkonstante	38814	Nm/rad
fiktive Schwenkdämpferkonstante	60	Nms/rad
Abstand Massenachse-Steuerachse	0,0154	m
Torsionsfederkonstante (Blatt allein)	2500	Nm/rad
Torsionsfederkonstante (Steuerung)	8821	Nm/rad

**Tabelle A.1:** Technische Daten der Bo 105 [22, 6]



## C Anhang zur Validierung



**Abbildung C.1:** Ergebnis der gekoppelten Simulation von Versuch 05 (links) und Versuch 14 (rechts)

## **D Anhang Daten-CD**

- SIMULINK-Modelle
- MATLAB-Skripte
- Simulationsdaten
- Bilder
- Dokumente
- Literatur

# Literaturverzeichnis

- [1] ABEL, D.: *Umdruck zur Vorlesung Regelungstechnik und Ergänzungen (Höhere Regelungstechnik)*. 33. Aufl. Aachen : Verlagshaus Mainz, 2009. – ISBN 3–8107–0067–3
- [2] ALLIED CORPORATION, Bendix Energy Controls D. (Hrsg.): *Operation and Service Manual: Model DP-N1/N2: Turbine Engine Fuel Control Model AL-AA1: Power Turbine Governor Double Check Valve*. South Bend, Indiana, 1976
- [3] BITTNER, W.: *Flugmechanik der Hubschrauber: Technologie, das flugdynamische System Hubschrauber, Flugstabilitäten, Steuerbarkeit*. 4. Aufl. Berlin : Springer Vieweg, 2014 (VDI-Buch). – ISBN 978–3–642–54285–5
- [4] DEQUIN, A. M. ; VON GRÜNHAGEN, W.: *Final Report of Action Group HC AG06: Mathematical Modeling for the Prediction of Helicopter Flying Qualities*. GARTEUR, 1996
- [5] DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT (Hrsg.): *DLR-Flugversuche mit dem Forschungshubschrauber Bo 105*. 29.09.2017 [https://www.dlr.de/dlr/Portaldata/1/Resources/bilder/portal/braunschweig/luftfahrt\\_flugzeuge\\_bo.jpg](https://www.dlr.de/dlr/Portaldata/1/Resources/bilder/portal/braunschweig/luftfahrt_flugzeuge_bo.jpg)
- [6] DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT (Hrsg.): *DLR Eurocopter Bo 105: Airborne Research Platform*. Broschüre, 2005
- [7] DIETERICH, O. ; LANGER, H.-J. ; SCHNEIDER, O. ; IMBERT, G. ; HOUNJET, M. H. L. ; CLERC, C. ; PENGEL, K.: *HeliNOVI: Current Vibration Research Activities*. In: *31st European Rotorcraft Forum*, Florence, Italy, September 2005
- [8] EUROCOPTER DEUTSCHLAND GMBH (Hrsg.): *BO 105 CB/CBS APPROVED ROTORCRAFT FLIGHT MANUAL*. München, 1993
- [9] GREISER, S.: *Erhöhung der Simulationsgüte linearer Arbeitspunktmodelle für den Entwurf von Hubschrauberregelungen*. Braunschweig, Technische Universität, Dissertation, 2016
- [10] HAMERS, M.: *Trägheitsmessung des Triebwerks Allison 250 C20B*. Braunschweig, DLR, Institut für Flugmechanik, 1997
- [11] HAMERS, M. ; VON GRÜNHAGEN, W.: *Dynamic engine model integrated in helicopter simulation*. In: *23rd European Rotorcraft Forum*, Dresden, Germany, September 1997
- [12] HARZHEIM, L.: *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen*. Aufl. 2. Verlag Europa-Lehrmittel, 2014. – ISBN 978–3–80855659–7
- [13] HOERL, F.: *Systemtheoretische Methode zur dynamischen Zustandsüberwachung von Gasturbinen*. München, Technische Universität, Dissertation, 1987

- [14] MENRATH, M.: *Experimentelle Kennwertermittlung und Systemanalyse bei Hubschrauber-Gasturbinen*. München, Technische Universität, Dissertation, 1989
- [15] MIN, B.: Toward Improved UH-60A Blade Structural Loads Correlation. In: *AHS 74th Annual Forum*, Phoenix, AZ, USA, May 2018
- [16] MÜLLER, B.: *Ein Beitrag zur Bestimmung der Fluggeschwindigkeit von Hubschraubern mit Zustandsbeobachtern*. Braunschweig, Technische Universität, Dissertation, 1987
- [17] PERYCZ, S. ; DZIDA, M.: Experimental Investigation of a Gas Turbine as an Object of Speed and Temperature Control. In: *ASME 1986 International Gas Turbine Conference and Exhibit, Düsseldorf, West Germany, June 1986*
- [18] RICK, H.: *Gasturbinen und Flugantriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten und Simulation*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2013 (VDI-Buch). – ISBN 978–3–540–79445–5
- [19] SIDLE, S.: Coupled Vibration Prediction of Rotor-Airframe-Drivetrain-Engine Dynamics. In: *AHS 74th Annual Forum*, Phoenix, AZ, USA, May 2018
- [20] THE MATHWORKS, Inc.: *R2018B Documentation: Algebraic Loops*. <https://de.mathworks.com/help/simulink/ug/algebraic-loops.html#d120e10475>. Version: 2018
- [21] TISCHLER, M. B. ; REMPLE, R. K.: *Aircraft and rotorcraft system identification: Engineering methods with flight test examples*. 2. ed. Reston, Va. : AIAA American Inst. of Aeronautics and Astronautics, 2012 (AIAA education series). – ISBN 978–1–60086–820–7
- [22] VAN DER WALL, B. G.: *Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik*. Berlin : Springer Vieweg, 2015 (VDI-Buch). – ISBN 978–3–662–44400–9
- [23] WEISS, F. ; KESSLER, C.: Drivetrain Influence on the Lead-Lag Modes of Hingeless Helicopter Rotors. In: *44th European Rotorcraft Forum*, Delft, The Netherlands, September 2018
- [24] WISSENSCHAFTLICHES-ARBEITEN (Hrsg.): *Erklärung über die eigenständige Erstellung der Hausarbeit* <https://www.wissenschaftliches-arbeiten.org/hausarbeit/aufbau/die-erklaerung.html>
- [25] YEO, H.: UH-60A Rotor Structural Loads Analysis with Fixed-System Structural Dynamics Modeling. In: *AHS 74th Annual Forum*, Phoenix, AZ, USA, May 2018
- [26] YEO, H. ; POTSDAM, M.: Rotor Structural Loads Analysis Using Coupled Computational Fluid Dynamics/Computational Structural Dynamics. In: *Journal of Aircraft*, 2016, S. 87–105
- [27] ZIVAN, L.: Development of Full Flight Envelope Helicopter Simulation Using System Identification. In: *AHS 63th Annual Forum*, Virginia Beach, VA, USA, May 2007